Lycée qualifiant Tariq Ben Zyad Niveau : 1BAC-SEC	❖ DEVOIR SURVEILLÉ N° 2 ❖ 2022-2023 Durée : 2 h	Professeur : Bouyguir Taher www.proftaher.com

Exercice 1 : 5 points

On considère $f(x)=\frac{1}{x^2+1}$.

1. Déterminer D_f. ..... **[1 pt]**
2. Étudier la parité de f. ..... **[1 pt]**
3. Montrer que $0<f(x)\leq 1$. ..... **[1 pt]**
4. Montrer que $\frac{f(a)-f(b)}{a-b}=\frac{-(a+b)}{(a^2+1)(b^2+1)}$, pour $a\neq b$. ..... **[1 pt]**
5. En déduire la monotonie sur $]-\infty,0]$ et $[0,+\infty[$. ..... **[1 pt]**

Exercice 2 : 8 points

On considère $f(x)=\sqrt{x+4}$ et $g(x)=x^2-4x+2$.

1. Déterminer D_f et dresser le tableau de variations de f. ..... **[1 pt]**
2. Déterminer D_g et dresser le tableau de variations de g. ..... **[1 pt]**
3. Vérifier que $f(0)=g(0)$. ..... **[0,5 pt]**
4. Construire les deux courbes dans un même repère orthonormé. ..... **[1,5 pt]**
5. Résoudre graphiquement $f(x)\leq g(x)$ et $x^2+2<4x+\sqrt{x+4}$. ..... **[1 pt]**
6. Déterminer graphiquement $f([-4,0])$ et $g([0,1])$. ..... **[1 pt]**
7. On pose $h(x)=x-4\sqrt{x+4}+6$.
   a) Déterminer D_h. ..... **[0,5 pt]**
   b) Vérifier que $h=g\circ f$. ..... **[0,5 pt]**
   c) Montrer que h est décroissante sur $[-4,0]$ et croissante sur $[0,+\infty[$. ..... **[0,5 pt]**
   d) Dresser son tableau de variations ; en déduire $x-4\sqrt{x+4}\geq -8$ pour $x\geq -4$. ..... **[0,5 pt]**

Exercice 3 : 3,5 points

On considère $S(x)=\frac{x^2+2x+2}{x^2+3x+3}$.

1. Montrer que $x^2+3x+3>0$ pour tout réel x et déterminer D_S. ..... **[1 pt]**
2. Montrer que S est majorée par 2. ..... **[1 pt]**
3. Montrer que $S(0)$ est un minimum de S. ..... **[1 pt]**
4. La fonction S est-elle bornée ? Justifier. ..... **[0,5 pt]**

Exercice 4 : 3,5 points

On pose $u_n=\frac{2n+1}{n+2}$, $n\in\mathbb{N}$.

1. Calculer u_1, u_2. ..... **[0,5 pt]**
2. Montrer que (u_n) est croissante. ..... **[1 pt]**
3. Montrer que (u_n) est majorée par 2. ..... **[1 pt]**
4. Montrer que (u_n) est minorée par $\frac{1}{2}$. ..... **[1 pt]**

Bon courage ! ☺