Lycée qualifiant Tariq Ben Zyad Niveau : 1BAC-SEC	❖ DEVOIR SURVEILLÉ N° 3 ❖ 2022-2023 Durée : 2 h	Professeur : Bouyguir Taher www.proftaher.com

Exercice 1 : 6 points

On considère $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = \frac{4}{4-u_n}$ pour $n \in \mathbb{N}$.

1. Montrer par récurrence que $u_n < 2$. ..... **[1 pt]**
2. Vérifier que $u_{n+1} - u_n = \frac{(u_n-2)^2}{4-u_n}$. ..... **[1 pt]**
3. Montrer que (u_n) est croissante. ..... **[1 pt]**
4. On pose $v_n = \frac{1}{u_n-2}$.
   a) Montrer que (v_n) est arithmétique de raison $-\frac{1}{2}$. ..... **[1 pt]**
   b) Calculer v_0 et exprimer v_n en fonction de n. ..... **[1 pt]**
   c) Calculer $S = v_0 + v_1 + \cdots + v_{20}$. ..... **[1 pt]**

Exercice 2 : 6,5 points

Un sac contient 4 boules rouges, 3 vertes et 2 bleues. On tire successivement et avec remise 3 boules. Déterminer le nombre de tirages :

1. possibles ; ..... **[1,5 pt]**
2. contenant trois boules rouges ; ..... **[1 pt]**
3. contenant trois boules de même couleur ; ..... **[1 pt]**
4. contenant une boule de chaque couleur ; ..... **[1 pt]**
5. contenant au moins deux boules vertes ; ..... **[1 pt]**
6. ne contenant aucune boule rouge. ..... **[1 pt]**

Exercice 3 : 3,5 points

Un service compte 30 employés, dont 12 célibataires. On choisit successivement et sans remise un échantillon de 4 personnes. Déterminer le nombre d'échantillons :

1. possibles ; ..... **[1,5 pt]**
2. ne contenant aucun célibataire ; ..... **[1 pt]**
3. contenant au moins deux célibataires. ..... **[1 pt]**

Exercice 4 : 4 points

On considère $u_0 = 2$, $u_{n+1} = 3u_n - 2$ et $v_n = u_n - 1$, pour $n \in \mathbb{N}$.

1. Montrer que (v_n) est géométrique de raison 3. ..... **[1 pt]**
2. Calculer v_0 et exprimer v_n en fonction de n. ..... **[1 pt]**
3. Exprimer u_n en fonction de n. ..... **[1 pt]**
4. Calculer $S = v_0 + v_1 + \cdots + v_{10}$. ..... **[1 pt]**

Bon courage ! ☺