Lycée qualifiant Tariq Ben Zyad Niveau : 1BAC-SEC	❖ DEVOIR SURVEILLÉ N° 4 ❖ 2022-2023 Durée : 2 h	Professeur : Bouyguir Taher www.proftaher.com

Exercice 1 : 10 points

On considère $M=\begin{pmatrix}1&1&1\\1&-1&1\\4&2&1\end{pmatrix}$, $N=\begin{pmatrix}20&10&11\\12&2&9\\42&20&21\end{pmatrix}$ et $I=I_3$.

1. Calculer $8M$ et M^2. ..... **[2 pt]**
2. Vérifier que $M^3=N$. ..... **[1 pt]**
3. Montrer que $M^3=M^2+8M+6I$. ..... **[1 pt]**
4. Déterminer une matrice C telle que $MC=I$. ..... **[1,5 pt]**
5. Traduire le système $(S):\begin{cases}x+y+z=2\\x-y+z=1\\4x+2y+z=1\end{cases}$ par une relation matricielle. ..... **[0,5 pt]**
6. Résoudre (S) par deux méthodes différentes. ..... **[4 pt]**

Exercice 2 : 10 points

1. On considère $A=\begin{pmatrix}1&1\\-2&3\end{pmatrix}$.
   a) Calculer $4A-A^2$. ..... **[1 pt]**
   b) Montrer que A est inversible et calculer A^{-1}. ..... **[1 pt]**
2. On considère $(S_1):\begin{cases}x+y=3\\-2x+3y=1.\end{cases}$
   a) Traduire ce système par une relation matricielle. ..... **[0,5 pt]**
   b) Résoudre (S_1). ..... **[1 pt]**
   c) En déduire les solutions de $\begin{cases}\log x+\log y=3\\-2\log x+3\log y=1.\end{cases}$ ..... **[1 pt]**
3. On considère $(E):\log(2x+1)+\log(x-3)=\log(x+5)$.
   a) Vérifier que $(x+1)(x-4)=x^2-3x-4$. ..... **[0,5 pt]**
   b) Déterminer le domaine de validité de (E). ..... **[1 pt]**
   c) Résoudre (E). ..... **[1 pt]**
4. Calculer $2\log 100+\log\sqrt{0{,}01}+\log(10^3)$. ..... **[1 pt]**
5. Montrer que $\frac{1}{2}\log 25+\log 8=1+2\log 2$. ..... **[1 pt]**
6. Déterminer le plus petit $n\in\mathbb{N}$ tel que $(\frac{1}{2})^{-n}\geq 10$. ..... **[1 pt]**

Bon courage! ☺