Lycée qualifiant Tariq Ben Zyad Niveau : 1 BAC-SEF	❖ DEVOIR SURVEILLÉ N° 1 ❖ Semestre 1	Professeur : Bouyguir Taher www.proftaher.com

Exercice 1 : Quelques raisonnements : 9 points

1. On considère les propositions

$$P : (\forall y \in \mathbb{R}_+)(\forall x \in \mathbb{R}_+),\ \sqrt{x+y} \neq \sqrt{x} + \sqrt{y},$$

$$Q : (\exists (a,b) \in \mathbb{R}^2),\ ab \leq |a+b| \leq \sqrt{a^2+b^2}.$$

   a) Nier P et Q. ..... **[2 pt]**

   b) La proposition P est-elle vraie ? Justifier. ..... **[0,5 pt]**

   c) Montrer que Q est vraie. ..... **[0,5 pt]**

2. Nier la proposition $(\forall x \in \mathbb{R}),\ (x^2+1 \geq |x|) \vee (x^2+x=0 \Rightarrow x=0)$. ..... **[1 pt]**

3. Montrer par contraposition que, pour tous $x, y \in \mathbb{R}$, $(x \neq -1 \wedge y \neq -1) \Rightarrow x+y+xy \neq -1$. ..... **[1 pt]**

4. Résoudre dans $\mathbb{R}$: $|x-3| - x = 3$. ..... **[1 pt]**

5. Montrer que, pour tout $x \in [0;1[$, $\dfrac{1}{1-\sqrt{x}} = 1 - \sqrt{x} \Rightarrow x = 0$. ..... **[1 pt]**

6. Montrer par récurrence que $\displaystyle\sum_{k=0}^{n} (3k+1) = \frac{3n^2+5n+2}{2}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$. ..... **[2 pt]**

Exercice 2 : 4 points

Soit $h(x) = x + \dfrac{4}{x}$.

1. Déterminer D_h, puis étudier la parité de h. ..... **[1 pt]**

2. Montrer que, pour $x, y \in D_h$ distincts, $\dfrac{h(x)-h(y)}{x-y} = \dfrac{xy-4}{xy}$. ..... **[1 pt]**

3. En déduire la monotonie de h sur $]0;2]$ et sur $[2;+\infty[$. ..... **[1 pt]**

4. En utilisant la parité de h, dresser son tableau de variations sur D_h. ..... **[1 pt]**

Exercice 3 : 4 points

On considère $f(x) = x^2 - x - 1$ et $g(x) = \sqrt{x-1}$.

1. Dresser les tableaux de variations de f et de g. ..... **[1,5 pt]**

2. Vérifier que $f(2) = g(2)$. ..... **[0,5 pt]**

3. Construire leurs courbes dans le même repère orthonormé. ..... **[1 pt]**

4. Comparer graphiquement $f(x)$ et $g(x)$ pour tout $x \in [1;+\infty[$. ..... **[1 pt]**

Exercice 4 : 3 points

Soit $f(x) = \dfrac{x}{x^2+x+1}$.

1. Vérifier que $x^2+x+1 > 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$, puis déterminer D_f. ..... **[1 pt]**

2. Montrer que $f(1) = \dfrac{1}{3}$ est la valeur maximale de f sur D_f. ..... **[1 pt]**

3. Montrer que f est minorée par -1 sur D_f. Le nombre -1 est-il sa valeur minimale ? Justifier. ..... **[1 pt]**

Bon courage ! ☺