Exercice 1

On considère un triangle équilatéral ABC tel que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \equiv \pi/3 \pmod{2\pi}$.

1. Construire D de sorte que $ACBD$ soit un losange.
2. Construire le centre Ω de la rotation R transformant A en B et B en C.
3. Montrer que C, D et Ω sont alignés.
4. Déterminer l'image de la droite (ΩC) par R.
5. Soit $D' = R(D)$. Montrer que $D' \in (\Omega A)$.

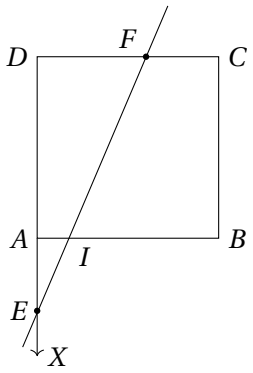
Exercice 2

On considère $f(x) = \dfrac{4}{x-1} - 2x + \dfrac{1}{2}x^2$ et sa courbe $\mathscr{C}_f$ dans un repère orthonormé.

1. Déterminer D_f.
2. Calculer les limites de f aux bornes de D_f.
3. Calculer $f'(x)$ pour $x \in D_f$.
4. Déterminer l'équation de la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 3.
5. Calculer $f''(x)$ pour $x \in D_f$.
6. En déduire la monotonie de f'.
7. Déterminer le signe de $f'(x)$ sur D_f.
8. Dresser le tableau de variations de f.

Exercice 3

Soit $ABCD$ un carré de côté 1. Le point E appartient à la demi-droite $[AX)$ opposée à $[AD)$, et $F \in [DC]$ vérifie $AE = CF$. On note $I = (AB) \cap (EF)$ et $x = AE$, avec $0 \leq x \leq 1$.



1. Montrer que $AI = \dfrac{x - x^2}{x+1}$.
2. Déterminer la position de E pour laquelle AI est maximale.
3. Déterminer la position de E pour laquelle l'aire du triangle AIE est maximale.

Exercice 4

Résoudre l'équation différentielle $y'' + 4y = 8$.

Bon courage! ☺