Exercice 1 : 5 points

Soit $f(x)=\dfrac{3x^2+x-1}{x^2-x}$.

1. Déterminer D_f. ..... **[1 pt]**
2. Calculer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$. ..... **[1 pt]**
3. Dresser le tableau de signes de x^2-x. ..... **[1 pt]**
4. En déduire les limites de f en 0^+, 0^-, 1^+ et 1^-. ..... **[2 pt]**

Exercice 2 : 3,5 points

Soit $g(x)=\sqrt{x^2+1}-2x$.

1. Calculer les limites de g en $+\infty$ et en $-\infty$. ..... **[1,5 pt]**
2. Calculer $\lim_{x\to+\infty}(g(x)+x)$ et $\lim_{x\to-\infty}(g(x)+3x)$. ..... **[2 pt]**

Exercice 3 : 3 points

Calculer les limites suivantes (1 point chacune) :

$$\lim_{x\to1}\frac{x^2-7x+6}{x^5-1}\quad;\qquad \lim_{x\to0^+}\left(\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x^3}\right)\quad;\qquad \lim_{x\to\pi/4}\frac{\cos x-\sin x}{x-\pi/4}.$$

Exercice 4 : 4,5 points

Soit $h(x)=\dfrac{\cos x-\sqrt{\sin x+1}}{x}$, pour $x\neq0$.

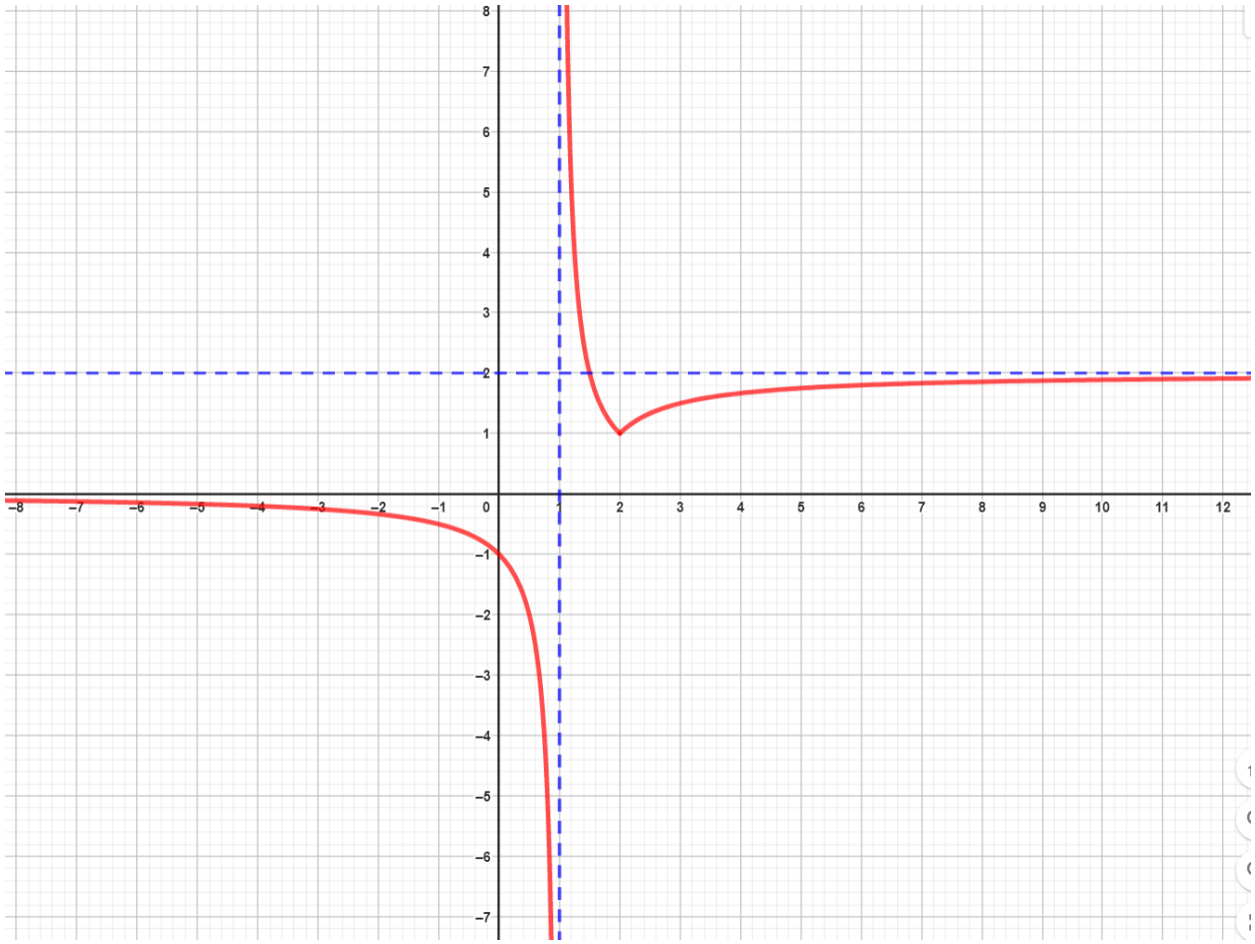
1. Calculer $\lim_{x\to+\infty}h(x)$. ..... **[1 pt]**
2. Montrer que $|h(x)|\leq\dfrac{1+\sqrt{2}}{|x|}$ pour $x<0$. ..... **[1 pt]**
3. En déduire $\lim_{x\to-\infty}h(x)$. ..... **[0,5 pt]**
4. Montrer que, pour $-\pi/2<x<0$, $h(x)=\dfrac{-\sin x(\sin x+1)}{x\left(\cos x+\sqrt{\sin x+1}\right)}$. ..... **[1 pt]**
5. En déduire $\lim_{x\to0^-}h(x)$. ..... **[1 pt]**

Exercice 5 : Lecture graphique : 4 points

La fonction f est représentée ci-dessous. Calculer les limites suivantes (0,5 point chacune) :

a) $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ b) $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ c) $\lim_{x\to1^+} f(x)$ d) $\lim_{x\to1^-} f(x)$

e) $\lim_{x\to2} f(x)$ f) $\lim_{x\to2^+} \dfrac{1}{f(x)-1}$ g) $\lim_{x\to+\infty} \dfrac{1}{f(x)-2}$ h) $\lim_{x\to-\infty} \dfrac{1}{f(x)}$



Bon courage! ☺