Exercice 1 : 5 points

Soit $f(x)=\dfrac{x^2+x-1}{x^2-2x}$.

1. Déterminer D_f. ..... **[1 pt]**
2. Calculer $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim_{x\to-\infty} f(x)$. ..... **[1 pt]**
3. Dresser le tableau de signes de x^2-2x. ..... **[1 pt]**
4. En déduire les limites de f en 0^+, 0^-, 2^+ et 2^-. ..... **[2 pt]**

Exercice 2 : 4 points

Soit $g(x)=\sqrt{x^2+x+1}-3x$.

1. Calculer les limites de g en $+\infty$ et en $-\infty$. ..... **[2 pt]**
2. Calculer $\lim_{x\to+\infty}(g(x)+2x)$ et $\lim_{x\to-\infty}(g(x)+2x)$. ..... **[2 pt]**

Exercice 3 : 3 points

Calculer les limites suivantes (1 point chacune) :

$$\lim_{x\to1}\frac{1-x^4}{x^3-1}; \qquad \lim_{x\to0^-}\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}\right); \qquad \lim_{x\to\pi}\frac{\cos x+1-\sin x}{x-\pi}.$$

Exercice 4 : 4 points

Soit $h(x)=\dfrac{\sqrt{1+\frac{\sin x}{2}}-\cos x}{x}$, pour $x\neq0$.

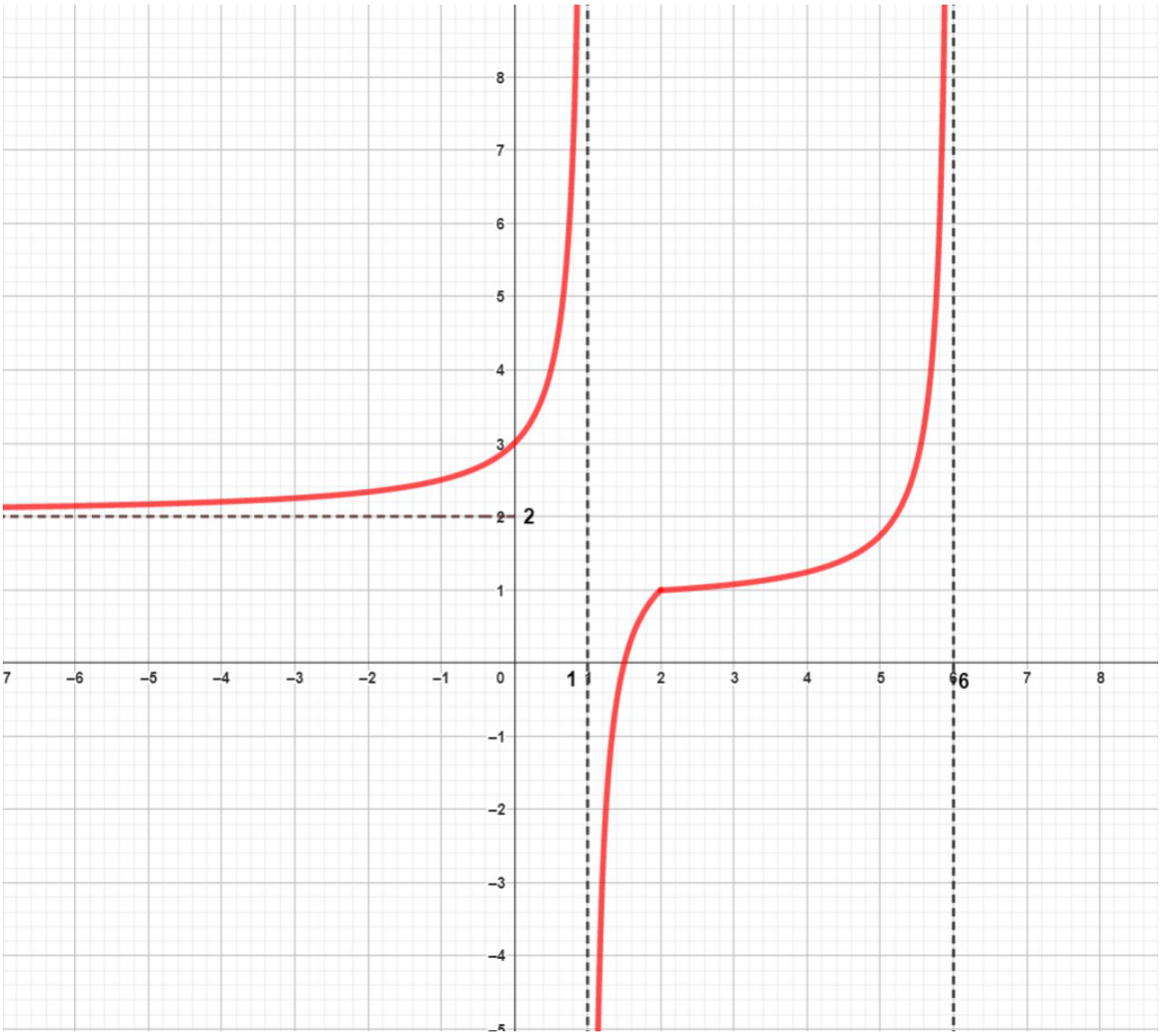
1. Montrer que $|h(x)|\leq\dfrac{\sqrt{4}+1}{|x|}$ pour tout $x\in\mathbb{R}^*$. ..... **[1 pt]**
2. En déduire les limites de h en $+\infty$ et en $-\infty$. ..... **[1 pt]**
3. Montrer que, pour $0<|x|<\pi/2$,
$$h(x)=\frac{\sin x(1+2\sin x)}{2x\left(\sqrt{1+\frac{\sin x}{2}}+\cos x\right)},$$
puis en déduire $\lim_{x\to0} h(x)$. ..... **[2 pt]**

Exercice 5 : Lecture graphique : 4 points

La fonction f est représentée ci-dessous. Calculer les limites suivantes (0,5 point chacune) :

a) $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ b) $\lim_{x\to 6^-} f(x)$ c) $\lim_{x\to 1^+} f(x)$ d) $\lim_{x\to 1^-} f(x)$

e) $\lim_{x\to 2} f(x)$ f) $\lim_{x\to 2^+} \dfrac{1}{f(x)-1}$ g) $\lim_{x\to 2^-} \dfrac{1}{f(x)-1}$ h) $\lim_{x\to-\infty} \dfrac{1}{f(x)-2}$



Bon courage! ☺