Lycée qualifiant Tariq Ben Zyad Niveau : 1 BAC-SEF	❖ DEVOIR SURVEILLÉ N° 2 ❖ Semestre 2 – Sujet A – 1 h 30	Professeur : Bouyguir Taher www.proftaher.com

Exercice 1 : 11 points

On définit f sur $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ par

$$f(x)=\begin{cases} x^2+2x, & x\geq 0,\\ \dfrac{2x}{1-x^2}, & x\in\left]-\infty;-1\right[\cup\left]-1;0\right[.\end{cases}$$

1. Montrer que f est dérivable à gauche de 0. Interpréter le résultat. ..... **[1,5 pt]**
2. Étudier la dérivabilité de f à droite de 0. Interpréter le résultat. ..... **[1,5 pt]**
3. La fonction f est-elle dérivable en 0 ? Justifier. ..... **[1 pt]**
4. a) Justifier que f est dérivable sur $[0;+\infty[$, puis calculer f'. ..... **[1 pt]**
   b) En déduire ses variations sur cet intervalle. ..... **[1 pt]**
5. a) Montrer que, pour $x\in\left]-\infty;-1\right[\cup\left]-1;0\right[$, $f'(x)=\dfrac{2(1+x^2)}{(1-x^2)^2}$. ..... **[1 pt]**
   b) Déterminer le signe de $2(1+x^2)$. ..... **[1 pt]**
   c) En déduire les variations de f sur chacun des intervalles $\left]-\infty;-1\right[$ et $\left]-1;0\right[$. ..... **[1 pt]**
   d) Déterminer les extremums éventuels de f sur chacun de ces intervalles. ..... **[1 pt]**
6. Dresser le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$. ..... **[1 pt]**

Exercice 2 : 3 points

Calculer les dérivées des fonctions suivantes sur leurs domaines de dérivabilité :

$$u(x)=\left(x^3+\sin(2x-1)\right)^{2023},\qquad v(x)=\sqrt{x^2+5x+12}.$$

Exercice 3 : 6 points

Soit $ABCD$ un carré de centre O tel que $(\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AB})\equiv\pi/2\pmod{2\pi}$. Soit I le milieu de $[AB]$ et $M\in(BC)$ tel que $\overrightarrow{CM}=\dfrac{3}{2}\overrightarrow{CB}$. La perpendiculaire à (OM) passant par O coupe (AB) en N. Soit R la rotation de centre O et d'angle $\pi/2$.

1. Faire une figure. ..... **[1 pt]**
2. Déterminer les images des droites (OM) et (BC) par R. ..... **[1 pt]**
3. Montrer que $R(M)=N$. ..... **[1 pt]**
4. Vérifier que $\overrightarrow{BN}=\dfrac{3}{2}\overrightarrow{BA}$ et que $(\overrightarrow{MO},\overrightarrow{MD})\equiv(\overrightarrow{NO},\overrightarrow{NC})\pmod{2\pi}$. ..... **[1 pt]**
5. Montrer que $AM=\dfrac{\sqrt{5}}{2}AB$ et $ON=\dfrac{\sqrt{5}}{2}AB$, puis en déduire la nature du triangle AMO. ..... **[2 pt]**

Bon courage ! ☺