Lycée qualifiant Tariq Ben Zyad Niveau : 1 BAC-SEF	❖ DEVOIR SURVEILLÉ N° 2 ❖ Semestre 2 – Sujet B – 1 h 30	Professeur : Bouyguir Taher www.proftaher.com

Exercice 1 : 11 points

On définit f sur $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-1;1\}$ par

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^3}{(x+1)^2}, & x \in]-\infty;-1[\cup]-1;0[, \\ \dfrac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}, & x \in [0;1[\cup]1;+\infty[. \end{cases}$$

1. Étudier la dérivabilité de f à droite de 0. Interpréter le résultat. ..... **[1,5 pt]**
2. Étudier la continuité puis la dérivabilité de f à gauche de 0. Interpréter le résultat. ..... **[1,5 pt]**
3. La fonction f est-elle dérivable en 0 ? Justifier. ..... **[0,5 pt]**
4. a) Montrer que, pour $x \in]0;1[\cup]1;+\infty[$, $f'(x) = \dfrac{-1}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)^2}$. ..... **[1 pt]**
   b) En déduire les variations de f sur $[0;1[$ et sur $]1;+\infty[$. ..... **[0,5 pt]**
5. a) Montrer que, pour $x \in]-\infty;-1[\cup]-1;0[$, $f'(x) = \dfrac{x^2(x+3)}{(x+1)^3}$. ..... **[1 pt]**
   b) Dresser le tableau de signes de f' sur cet ensemble. ..... **[1 pt]**
   c) En déduire les variations de f sur chacun de ces intervalles. ..... **[1 pt]**
   d) Déterminer les extremums éventuels de f sur chacun de ces intervalles. ..... **[1 pt]**
6. Dresser le tableau de variations de f sur D_f. ..... **[1 pt]**
7. Donner l'équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse -3. ..... **[1 pt]**

Exercice 2 : 3 points

Calculer les dérivées des trois fonctions suivantes sur leurs domaines de dérivabilité :

$$u(x) = \sqrt{\tan^2 x + x + 1}, \qquad v(x) = \frac{x^3 - \sin x}{\cos(3-x)}, \qquad w(x) = |x^2 - x| + 1.$$

Exercice 3 : 6 points

Soit AIB un triangle isocèle rectangle en I, orienté de sorte que $(\overrightarrow{IA}, \overrightarrow{IB}) \equiv \pi/2 \pmod{2\pi}$. On construit, à l'extérieur du triangle, un parallélogramme $ABCD$, puis, à l'extérieur de ce parallélogramme, un carré $BFEC$. Soit R la rotation de centre I et d'angle $\pi/2$.

1. Construire une figure répondant aux hypothèses. ..... **[1 pt]**
2. a) Montrer que $(\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BF}) \equiv \pi/2 \pmod{2\pi}$. ..... **[1 pt]**
   b) Soit $D' = R(D)$. Montrer que $D' = F$, puis que $BD' = BF$. ..... **[1 pt]**
3. Soit H le projeté orthogonal de B sur (AC) et H' le projeté orthogonal de F sur (CD).
   a) Déterminer les images des droites (AC) et (CD) par R. ..... **[2 pt]**
   b) Déterminer et construire $C' = R(C)$. ..... **[1 pt]**

Bon courage ! ☺