Lycée qualifiant Tariq Ben Zyad Niveau : 1 BAC-SEF	❖ DEVOIR SURVEILLÉ N° 3 ❖ Semestre 2 – 2 h	Professeur : Bouyguir Taher www.proftaher.com

Exercice 1 : 9,5 points

On définit f sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 4$.

1. Calculer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$. ..... **[1 pt]**
2. Étudier les branches infinies aux voisinages de $+\infty$ et de $-\infty$. ..... **[1,5 pt]**
3. Calculer f' sur $\mathbb{R}$. ..... **[1 pt]**
4. Dresser le tableau de signes de $x^2 - 3x + 2$. ..... **[0,5 pt]**
5. En déduire le tableau de variations de f. ..... **[1 pt]**
6. Calculer f'' sur $\mathbb{R}$. ..... **[1 pt]**
7. En déduire la convexité de f, puis déterminer le point d'inflexion de $\mathscr{C}_f$. ..... **[1,5 pt]**
8. Montrer que $I(3/2;1/2)$ est un centre de symétrie de $\mathscr{C}_f$. ..... **[1 pt]**
9. Construire $\mathscr{C}_f$ dans un repère orthonormé. ..... **[1 pt]**

Exercice 2 : 10,5 points

Soit $f(x) = \dfrac{1}{x^2} + \dfrac{1}{x} - x - 1$.

1. Déterminer D_f, puis calculer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$. ..... **[1,5 pt]**
2. Calculer les limites de f en 0^+ et en 0^-. Interpréter les résultats. ..... **[1,5 pt]**
3. a) Montrer que $f'(x) = \dfrac{-(x+1)(x^2-x+2)}{x^3}$ pour $x \in D_f$. ..... **[1 pt]**
   b) Montrer que $f'(x)$ est du signe de $-\dfrac{x+1}{x}$. ..... **[0,5 pt]**
   c) Étudier le signe de f' sur D_f. ..... **[0,5 pt]**
   d) Dresser le tableau de variations de f. ..... **[1 pt]**
4. Calculer $\lim_{x\to\pm\infty}\big(f(x) - (-x-1)\big)$ et en déduire les branches infinies en $+\infty$ et en $-\infty$. ..... **[1 pt]**
5. Étudier la position relative de $\mathscr{C}_f$ et de $(D) : y = -x - 1$. ..... **[1 pt]**
   a) Vérifier que $f(x) = \left(1 + \dfrac{1}{x}\right)\left(\dfrac{1}{x} - x\right)$ sur D_f. ..... **[0,5 pt]**
   b) En déduire les deux points d'intersection de $\mathscr{C}_f$ avec l'axe des abscisses. ..... **[1 pt]**
6. Construire $\mathscr{C}_f$ et (D) dans un repère orthonormé. ..... **[1 pt]**

Bon courage! ☺