Lycée qualifiant Tariq Ben Zyad Niveau : 2BAC-SEC	❖ DEVOIR LIBRE N° 1 ❖ 2025-2026 À rendre le 28/10/2025	Professeur : Bouyguir Taher www.proftaher.com

Exercice 1 :(4Pts)

1. Calculer les limites suivantes : ..... (3Pts)

$$a)\ \lim_{x\to-\infty}\frac{5x^2+x-x^4}{x^3+x-x^2}\ ;\quad b)\ \lim_{x\to+\infty}\sqrt{x^2-x+1}-3x\ ;\quad c)\ \lim_{x\to3^+}\frac{4x-2}{x-3}$$

2. Soit f la fonction définie par. $\begin{cases} f(x)=\dfrac{\sqrt{9+x}-3}{x^2+x} & si \quad x\neq 0 \\ f(0)=\dfrac{1}{6} \end{cases}$ Étudier la continuité de f en 0 ..... (1Pt)

Exercice 2 : (4pts)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=x^3+x+1$

1. Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet une seule solution α dans l'intervalle $]-2;2[$..... (2Pts)
2. En utilisant la méthode de Dichotomie donner un encadrement de α d'amplitude 0.5. ..... (1Pt)
3. Déterminer le signe de f suivant les valeurs de x. ..... (1Pt)

Exercice 3 : (4pts)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ par :

$$\begin{cases} f(x)=\frac{x^3+2x^2+x-4}{x^2-1} & \text{si } x\neq 1 \\ f(1)=a & \text{si } x=1 \end{cases}$$

1. Vérifiez que : $x^3+2x^2+x-4=(x-1)(x^2+3x+4)$..... (1Pt)
2. En déduire que : $(\forall x\in\mathbb{R}\setminus\{-1\})$: $\begin{cases} f(x)=\frac{x^2+3x+4}{x+1} & \text{si } x\neq 1 \\ f(1)=a & \text{si } x=1 \end{cases}$ ..... (1Pt)
3. Déterminez la valeur du réel a pour que f soit continue en 1..... (1Pt)
4. Étudiez la dérivabilité de f en 1..... (1Pt)

Exercice 4 :(8Pts)

On considère la fonction f définie sur $I=[-1;+\infty[$ par : $f(x)=2+\sqrt{x+1}$

1. Calculer $\lim\limits_{x\mapsto+\infty} f(x)$..... (0.5Pt)
2. **a)** Étudier la dérivabilité de f à droite en -1 ..... (1Pt)

   b) Interpréter graphiquement le résultat obtenu. ..... (0.5Pt)
3. Montrer que f est strictement décroissante sur $I=[-1;+\infty[$. ..... (1Pt)
4. Dresser le tableau de variations de f sur $I=[-1;+\infty[$..... (1Pt)
5. Déterminer l'équation du droite tangente de $(\mathscr{C}_f)$ au point $x_0=0$..... (1Pt)
6. Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer. ..... (1Pt)
7. Calculer $f(3)$, puis en déduire $\left(f^{-1}\right)'(0)$..... (1Pt)
8. Expliciter $f^{-1}(x)$ pour tout x de J..... (1Pt)

Bon courage! ☺