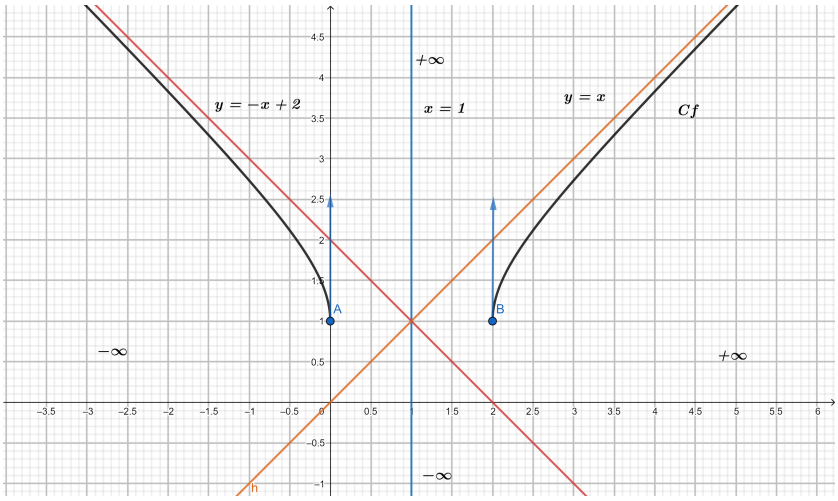
Lycée qualifiant Tariq Ben Zyad Niveau : 2BAC-SEC	❖ DEVOIR LIBRE N° 2 ❖ 2025-2026 À rendre le 28/11/2025	Professeur : Bouyguir Taher www.proftaher.com

Exercice 1 : (6 pts : 1+2+1+1+1)

Le graphe suivant représente la fonction f définie sur $\mathscr{D}$.

1. Déterminer l'ensemble $\mathscr{D}$.
2. Déterminer les limites suivantes :
   $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$
   $\lim\limits_{x\to0^-} f(x)$; $\lim\limits_{x\to2^+} f(x)$
   $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$; $\lim\limits_{x\to+\infty} (f(x)-x)$
   $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{f(x)}{x}$; $\lim\limits_{x\to-\infty} (f(x)-(-x+2))$
3. Résoudre dans $\mathscr{D}$ les inéquations : $f(x)\geq 0$ et $f'(x)\leq 0$.
4. Résoudre dans $\mathscr{D}$ les équations : $f(x)=1$ et $f(x)=0$.
5. Résoudre dans $\mathscr{D}$ les inéquations : $f(x)\geq(-x+2)$ et $f(x)\geq x$.



Exercice 2 :(14pts : 1Pt/$Question$)

Partie 1 **:**Etude d'une fonction polynome.
Soit g est la fonction numérique définie sur $\mathscr{D}_g$ par : $g(x) = x^3 - 3x - 3$.

1. Déterminer $\mathscr{D}_g$.
2. Étudiez la monotonie de la fonction g et dressez son tableau de variations.
3. a - Montrez que $g(x) = 0$ admet une unique solution α dans $]2;3[$.
   b - Déduisez le signe de $g(x)$ sur $\mathbb{R}$.
4. a - Calculez $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$, et Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{g(x)}{x} = +\infty$.
   b - Déduisez la branche infinie de $\mathscr{C}_g$ au voisinage de $+\infty$.
5. a - Calculez $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$, et Montrer que $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{g(x)}{x} = +\infty$.
   b - Déduisez la branche infinie de $\mathscr{C}_g$ au voisinage de $-\infty$.
6. a - Calculer g'' et montrez que $I(0;-3)$ est un point d'inflexion de $(\mathscr{C}_g)$.
   b - Déterminer la tangente de $(\mathscr{C}_g)$ en I.
7. Tracer $(\mathscr{C}_g)$ dans un repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j})$.

Partie 2 **:** Etude d'une fonction rationnelle.
Soit f est la fonction numérique définie sur $\mathscr{D}_f$ par : $f(x) = x + \frac{3}{x} + \frac{3}{2x^2}$.

1. Déterminer $\mathscr{D}_f$.
2. Calculez les limites de f aux bornes de $\mathscr{D}_f$ et $\lim_{x\to-\infty}(f(x) - x)$.
3. Déterminer les toutes branches infinies de $(\mathscr{C}_f)$.
4. a - Montrez que $\forall x \in \mathbb{R}^* : f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$.
   b - Étudiez le signe de $f'(x)$ et déduisez-en le tableau de variations de f.
5. Étudiez la position relative de $(\mathscr{C}_f)$ avec la droite $(\triangle)$ d'équation $y = x$.
6. a -Montrez que $\forall x \in \mathbb{R}^* : f''(x) = \frac{3(2x+3)}{x^4}$.
   b - Étudiez la convexité de $(\mathscr{C}_f)$.
7. Tracer $(\mathscr{C}_f)$ dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$. (On donne $\alpha \simeq 2.1$ et $f(\alpha) \simeq 3.8$).

Bon courage! ☺