Lycée qualifiant Tariq Ben Zyad Niveau : 2BAC-SEC	❖ DEVOIR SURVEILLÉ N° 1 ❖ 2025-2026 – 2h00min	Professeur : Bouyguir Taher www.proftaher.com

Exercice 1 :(6Pts)

1. Calculer les limites suivantes : ..... (3Pts)

$$a)\ \lim_{x\to+\infty}\frac{x^4-9x^3-x^2}{x^3+2x-x^2}\ ;\quad b)\ \lim_{x\to+\infty}\sqrt{x^2-3x+2}-2x\ ;\quad c)\ \lim_{x\to1^-}\frac{5x-3}{x-1}$$

2. Soit f la fonction définie par. $\begin{cases} f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+3}-2}{x^2-x} & si \quad x\neq 1 \\ f(1)=\dfrac{1}{2} \end{cases}$ Étudier la continuité de f en 1 ..... (1Pt)

3. Calculer les dérivées des fonctions suivantes : $a)\ f(x)=\dfrac{2x+3}{x-2}$; $b)\ g(x)=(2x^3+1)(4x+3)$ ..... (2Pts)

Exercice 2 : (4pts)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=2x^3+x-2$

1. Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet une seule solution α dans l'intervalle $]0;2[$. ..... (2Pts)
2. En utilisant la méthode de Dichotomie donner un encadrement de α d'amplitude 0.5. ..... (1Pt)
3. Déterminer le signe de f suivant les valeurs de x. ..... (1Pt)

Exercice 3 : (3pts)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ par :

$$\begin{cases} f(x)=\frac{x^3+2x^2+x-4}{x^2-1} & \text{si } x\neq 1 \\ f(1)=a & \text{si } x=1 \end{cases}$$

1. Vérifiez que : $x^3+2x^2+x-4=(x-1)(x^2+3x+4)$..... (1Pt)
2. En déduire que : $(\forall x\in\mathbb{R}\setminus\{-1\}):\begin{cases} f(x)=\frac{x^2+3x+4}{x+1} & \text{si } x\neq 1 \\ f(1)=a & \text{si } x=1 \end{cases}$ ..... (1Pt)
3. Déterminez la valeur du réel a pour que f soit continue en 1..... (1Pt)

Exercice 4 :(7Pts)

On considère la fonction f définie sur $I=[1;+\infty[$ par : $f(x)=1+\sqrt{x-1}$

1. Calculer $\lim\limits_{x\mapsto+\infty} f(x)$..... (0.5Pt)
2. **a)** Étudier la dérivabilité de f à droite en 1 ..... (1Pt)

   b) Interpréter graphiquement le résultat obtenu. ..... (0.5Pt)
3. Montrer que f est strictement croissante sur $I=[1;+\infty[$. ..... (1Pt)
4. Dresser le tableau de variations de f sur $I=[1;+\infty[$. ..... (1Pt)
5. Déterminer l'équation du droite tangente de $(\mathscr{C}_f)$ au point $x_0=2$..... (1Pt)
6. Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer..... (1Pt)
7. Expliciter $f^{-1}(x)$ pour tout x de J..... (1Pt)

Bon courage! ☺