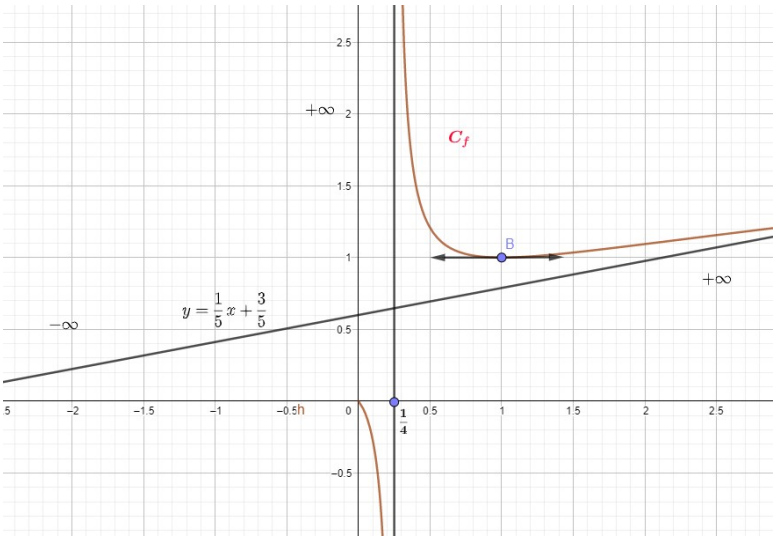
## Exercice 1 : (6 pts : 1+2+1+1+1)

Le graphe suivant représente la fonction $f$ définie sur $\mathscr{D}$.

1. Déterminer l'ensemble $\mathscr{D}$ .
2. Déterminer les limites suivantes :
   $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ; $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$
   $\lim\limits_{x\to \frac{1}{4}^+} f(x)$ ; $\lim\limits_{x\to \frac{1}{4}^-} f(x)$
   $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$ ; $\lim\limits_{x\to+\infty} (f(x)-(\dfrac{1}{5}x+\dfrac{3}{5}))$.
3. Résoudre dans $\mathscr{D}$ les inéquations : $f(x)\geq 0$ et $f'(x)\leq 0$.
4. Résoudre dans $\mathscr{D}$ l'équation : $f(x)=1$.
5. Résoudre dans $\mathscr{D}$ l'inéquation : $f(x)\leq \frac{1}{5}x+\frac{3}{5}$



## Exercice 2 :(14$pts$ : 1$Pt$/$Question$)

**Partie** 1 **:**Etude d'une fonction polynome.
Soit $g$ est la fonction numérique définie sur $\mathscr{D}_g$ par : $g(x) = x^3 - 3x - 3$ .

1. Déterminer $\mathscr{D}_g$.
2. Étudiez la monotonie de la fonction $g$ et dressez son tableau de variations.
3. $a$ - Montrez que $g(x) = 0$ admet une unique solution $\alpha$ dans $]2;3[$.
   $b$ - Déduisez le signe de $g(x)$ sur $\mathbb{R}$.
4. $a$ - Calculez $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ , et Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{g(x)}{x} = +\infty$ .
   $b$ - Déduisez la branche infinie de $\mathscr{C}_g$ au voisinage de $+\infty$.
5. $a$ - Calculez $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ , et Montrer que $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{g(x)}{x} = +\infty$ .
   $b$ - Déduisez la branche infinie de $\mathscr{C}_g$ au voisinage de $-\infty$.
6. $a$ - Calculer $g''$ et montrez que $I(0;-3)$ est un point d'inflexion de $(\mathscr{C}_g)$.
   $b$ - Déterminer la tangente de $(\mathscr{C}_g)$ en $I$.
7. Tracer $(\mathscr{C}_g)$ dans un repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j})$.

**Partie** 2 **:** Etude d'une fonction rationnelle.
Soit $f$ est la fonction numérique définie sur $\mathscr{D}_f$ par : $f(x) = x + \frac{3}{x} + \frac{3}{2x^2}$.

1. Déterminer $\mathscr{D}_f$.
2. Calculez les limites de $f$ aux bornes de $\mathscr{D}_f$ et $\lim_{x\to-\infty}(f(x) - x)$.
3. Déterminer les toutes branches infinies de $(\mathscr{C}_f)$.
4. $a$ - Montrez que $\forall x \in \mathbb{R}^* : f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$.
   $b$ - Étudiez le signe de $f'(x)$ et déduisez-en le tableau de variations de $f$.
5. Étudiez la position relative de $(\mathscr{C}_f)$ avec la droite $(\triangle)$ d'équation $y = x$.
6. $a$ -Montrez que $\forall x \in \mathbb{R}^* : f''(x) = \frac{3(2x+3)}{x^4}$.
   $b$ - Étudiez la convexité de $(\mathscr{C}_f)$.
7. Tracer $(\mathscr{C}_f)$ dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$. (On donne $\alpha \simeq 2.1$ et $f(\alpha) \simeq 3.8$).

Bon courage! ☺