Lycée qualifiant Tariq Ben Zyad Niveau : 2 BAC-SPF	❖ DEVOIR SURVEILLÉ N° 2 ❖ Semestre 2 – Sujet A	Professeur : Bouyguir Taher www.proftaher.com

Exercice 1 : 7 points

Partie I. Dans le plan complexe, on considère les points A, B et C d'affixes respectives $a = e^{i\frac{5\pi}{6}}$, $b = 1$ et $c = -i$.

1. Déterminer l'affixe d du point D, image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$. ..... **[1 pt]**
2. Soit $M'(z')$ l'image de $M(z)$ par la rotation $\mathscr{R}$ de centre O et d'angle $\frac{5\pi}{6}$ telle que $\mathscr{R}(C) = B$.
   a) Vérifier que $b = ac$ et $d - a = c(1-a)$. ..... **[1 pt]**
   b) En déduire la nature du triangle ABD. ..... **[1 pt]**
3. Déterminer l'ensemble des points $M(z)$ tels que $|cz - b| = 3b^{10}$. ..... **[1 pt]**

Partie II. À l'aide de la formule de Moivre, montrer que $\cos^3 x = \frac{1}{4}(\cos 3x + 3\cos x)$. ..... **[1 pt]**

Partie III. Soit F l'application qui à $M(z)$ associe $M'(z')$, où $z' = u^2 z + u - 1$ et $u \in \mathbb{C}$.

1. Déterminer l'ensemble E_1 des valeurs de u pour lesquelles F est une translation. ..... **[1 pt]**
2. Déterminer l'ensemble E_2 des valeurs de u pour lesquelles F est une homothétie de rapport -2. ... **[1 pt]**

Exercice 2 : 8,5 points

1. Calculer directement les intégrales suivantes. ..... **[3 pt]**

$$A = \int_{-1}^{1} x|x|\,dx, \qquad B = \int_{0}^{\pi} \cos^3 x\,dx, \qquad L = \int_{1}^{e} \frac{dx}{x\ln x + x}.$$

2. Calculer par intégration par parties (respectivement 1,5 et 1 point) :

$$I = \int_{0}^{\ln 2} e^{-x}\ln(1+e^x)\,dx, \qquad J = \int_{1}^{2} \frac{\ln x}{x^3}\,dx.$$

3. On pose $I = \int_0^{\pi/2} e^x \cos^2 x\,dx$, $J = \int_0^{\pi/2} e^x \sin^2 x\,dx$ et $K = \int_0^{\pi/2} e^x \cos(2x)\,dx$.
   a) Calculer $I + J$. ..... **[0,5 pt]**
   b) Par deux intégrations par parties, montrer que $K = -\dfrac{e^{\pi/2}+1}{5}$. ..... **[1 pt]**
   c) Vérifier que $I - J = K$. ..... **[0,5 pt]**
   d) En déduire les valeurs de I et J. ..... **[1 pt]**

Exercice 3 : 4,5 points

1. a) Résoudre l'équation différentielle (1) : $y'' + 2y' + 2y = 0$. ..... **[1 pt]**
   b) Déterminer la solution g telle que $g(0) = 1$ et $g'(0) = -1$. ..... **[1 pt]**
2. a) Résoudre l'équation différentielle (2) : $y'' - 4y' + 3y = 0$. ..... **[1 pt]**
   b) Déterminer la solution f dont la courbe admet, au point d'abscisse 0, la tangente d'équation $y = 2x + 1$. ..... **[1,5 pt]**

Bon courage! ☺