| Lycée qualifiant Tariq Ben Zyad<br>Niveau : 2 BAC-SPF | ❖ DEVOIR SURVEILLÉ N° 2 ❖<br>Semestre 2 – Sujet B | Professeur : Bouyguir Taher<br>www.proftaher.com |
|---|---|---|

## Exercice 1 (6 points)

I)-Dans le plan complexe, on considère les points $A$, $B$ et $C$ des affixes respectivement $a = 3 + i\sqrt{3}$, $b = 3 - \sqrt{3} + i(3 + \sqrt{3})$ et $c = 4$.

1. Vérifier que $b = a(1 + i)$ ..... (1 pt)
2. Soit $H$ l'homothétie de centre $C$ et de rapport $1 + \sqrt{3}$
   a) Déterminer l'écriture complexe de $H$. ..... (1 pt)
   b) Montrer que $B$ est limage de $A$ par l'homothétie $H$. ..... (1 pt)
3. Soit $\mathscr{R}$ la rotation de centre $O$ et d'angle $\frac{\pi}{2}$
   Montrer que le point $D$ d'affixe : $d = -\sqrt{3} + 3i$ est l'image de $A$ par la rotation $\mathscr{R}$ ..... (1 pt)
4. Montrer que $D$ est l'image de $O$ par la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ ..... (1 pt)

II)- En utilisant la formule de Moivre montrer que : $\sin^3(x) = \dfrac{-1}{4}(\sin(3x) - 3\sin(x))$ ..... (1 pt)

## Exercice 2 (9.5 points)

1. Calculer directement les intégrales : (1 × 3 Pts )

$$A = \int_{-1}^{1} x^2 |x|\, dx \qquad B = \int_{0}^{\pi} \sin^3(x)\, dx \qquad L = \int_{0}^{1} \frac{dx}{1 + e^{-x}} dx$$

2. En utilisant l'intégration par partie calculer : (1.5 + 1 Pts )

$$I = \int_{1}^{e} x^3 \ln(x)\, dx \qquad J = \int_{1}^{2} \frac{\ln(x)}{x^2} dx$$

3. On pose : $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{1-x}\cos(x)\, dx$ ; $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{1-x}\sin(x)\, dx$
   a) En utilisant l'intégration par partie sur $I$, montrer que : $I = e - J$ ..... (1 pt)
   b) En utilisant l'intégration par partie sur $J$, montrer que : $J = I - 1$. ..... (1 pt)
   c) En déduire la valeur de $I$ et $J$ ..... (1 pt)
4. Soit $g$ la fonction définie sur $[0;1]$ par : $g(x) = \dfrac{x}{\sqrt{1-x}}$. Calculer le volume du solide engendré par la rotation de la courbe $\mathscr{C}_g$ autour de la l'axe des abscisses un tour complet. ..... (1 pt)

## Exercice 3 (4.5 points)

1. a) Résoudre l'équation différentielle (1) : $y'' + 5y' + 6y = 0$ ..... (1 pt)
   b) Déterminer la solution $g$ de (1) telle que $g(0) = 1$ et $g'(0) = -1$ ..... (1 pt)
2. a) Résoudre l'équation différentielle (2) : $y'' - 4y' + 3y = 0$ ..... (1 pt)
   b) Déterminer la solution f de (2) telle que la courbe de $f$ admet une tangente au point d'abscisse 0 ; d'équation : $y = 3x - 1$ ..... (1.5 pts)

Bon courage ! ☺