Exercice 1 (10 points)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.
On considère les points $A(2,2,1)$; $B(0,-2,4)$ et $C(2,0,-4)$

1. a) Déterminer les composantes du vecteur $\overrightarrow{OB}\wedge\overrightarrow{BC}$. ..... (1 pt)
   b) On note (P) le plan (OBC).
   En remarquant que $\overrightarrow{OB}\wedge\overrightarrow{BC}=4\overrightarrow{OA}$, justifier que la droite (OA) est perpendiculaire au plan (P) en O. puis donner équation cartésienne du plan (P) ..... (1.5 pt)
   c) Montrer que la distance du point O à la droite (BC) est égale à $\sqrt{2}$ ..... (1 pt)
2. Soit (S) l'ensemble des points $M(x,y,z)$ de l'espace tels que : $x^2+y^2+z^2-4x-4y-2z-2=0$.
   Montrer que (S) est la sphère de centre A et de rayon $\sqrt{11}$ ..... (1 pt)
3. a) Calculer la distance OA. ..... (0.5 pt)
   b) En déduire que le plan (P) coupe (S) suivant un cercle (C) de centre O et de rayon $\sqrt{2}$ ..... (1 pt)
   c) Montrer que la droite (BC) est tangente au cercle (C). ..... (0.5 pt)
4. On considère le point $H(1,-1,0)$.
   a) Montrer que H est le point de contact de la droite (BC) et du cercle (C). ..... (1 pt)
   b) Déterminer une équation cartésienne du plan (Q) tangent à (S) en H. ..... (1 pt)
5. Calculer $\overrightarrow{OA}\wedge\overrightarrow{AH}$ puis déterminer la représentation paramétrique de la droite (D) avec :
   $(D)=(P)\cap(Q)$ ..... (1.5 pt)

Exercice 2 (5.5 points)

Une urne contient 8 boules indiscernable au touche, 3 boules rouges portant les numéros : 1 , 1,0 et 3 boules noires portant les numéros : 2,1,0 et deux boules blanches numérotés : 0 ,1.
On tire simultanément 3 boules de l'urne.

1. Soit A l'événement : " Obtenir une boule de chaque couleur "
   et B l'événement : " Les boules tirées portants même numéro "
   a) Montrer que : $P(A) = \frac{18}{56}$ et $P(B) = \frac{5}{56}$ et $P(A \cap B) = \frac{3}{56}$ ..... (1.5 pts)
   b) Est ce que les deux événements A et B sont indépendants? ..... (0.5 pt)

   Soit X la variable aléatoire égale a le nombre des boules tirées portants le numéro 1.
   a) Déterminer la loi de X. ..... (1.5 pts)
   b) Calculer $E(X)$; $V(X)$ et $\sigma(X)$ ..... (1.5 pts)
2. On répète cette expérience 4 fois successive. Calculer la probabilité que A se réalise 3 fois exactement. (0.5 pt)

Exercice 3 (4.5 points)

Une usine produit des lampes électriques par 3 machines A , B et C . La machine A produit 20% du stock dont 5% sont défectueuses , La machine B produit 30% du stock dont 4% sont défectueuses , et La machine C produit 50% du stock dont 1% sont défectueuses.
On choisit au hasard une lampe. On considère les événements suivants :
A : "La lampe est fabriquée à la machine A" B : "La lampe est fabriquée à la machine B"
C : "La lampe est fabriquée à la machine C" D : "La lampe est défectueuse"

1. Créer l'arbre de probabilités. ..... (0.5 pt)
2. Extraire les probabilités : $P(A)$, $P(B)$, $P(C)$, $P_A(D)$, $P_B(D)$ et $P_C(D)$ ..... (1.5 pts)
3. Quelle est la probabilité que la lampe choisie :
   a) Soit défectueuse et fabriquée par la machine A ..... (0.5 pt)
   b) Soit défectueuse et fabriquée par la machine B ..... (0.5 pt)
   c) Soit défectueuse et fabriquée par la machine C ..... (0.5 pt)
4. En déduire la probabilité que la lampe choisie soit fabriquée par la machine A, sachant qu'elle est défectueuse. ..... (1 pt)

Bon courage! ☺