## Exercice 1 (7 points)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.
On considère les points $A(1;0;-1)$ ; $B(1;1;1)$ et $C(2;1;0)$

1. a) Montrer que $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=-\vec{i}+2\vec{j}-\vec{k}$. ..... (1 pt)
   b) En déduire une équation cartésienne du plan $(ABC)$ ..... (1 pt)
2. Soit $(S)$ l'ensemble des points $M(x,y,z)$ de l'espace tels que : $x^2+y^2+z^2-4x-2y-11=0$.
   Montrer que $(S)$ est la sphère de centre $C$ et de rayon 4 ..... (1 pt)
3. Vérifier que : $\begin{cases} x=1 \\ y=t \\ z=-1+2t \end{cases}$ / $t\in\mathbb{R}$ est une représentation paramétrique de la droite $(AB)$. ..... (1 pt)
4. Calculer la distance entre le point $C$ et la droite $(AB)$. En déduire la position relative de la sphère $(S)$ et la droite $(AB)$ ..... (1 pt)
5. Déterminer les coordonnées des deux points d'intersections de la sphère $(S)$ et la droite $(AB)$ ..... (2 pt)

## Exercice 2 (6.5 points)

Une usine produit des lampes électriques par 3 machines A , B et C . La machine A produit 20% du stock dont 5% sont défectueuses , La machine B produit 30% du stock dont 4% sont défectueuses , et La machine C produit 50% du stock dont 1% sont défectueuses.
On choisit au hasard une lampe. On considère les événements suivants :
$A$ : "La lampe est fabriquée à la machine A" $B$ : "La lampe est fabriquée à la machine B"
$C$ : "La lampe est fabriquée à la machine C" $D$ : "La lampe est défectueuse"

1. Créer l'arbre de probabilités. ..... (1 pt)
2. Extraire les probabilités : $P(A)$, $P(B)$, $P(C)$ ..... (1.5 pts)
3. Quelle est la probabilité que la lampe choisie :
   a) Soit défectueuse et fabriquée par la machine A ..... (1 pt)
   b) Soit défectueuse et fabriquée par la machine B ..... (1 pt)
   c) Soit défectueuse et fabriquée par la machine C ..... (1 pt)
4. En déduire la probabilité que la lampe choisie soit fabriquée par la machine $A$, sachant qu'elle est défectueuse. ..... (1 pt)

## Exercice 3 (6.5 points)

Une urne contient 8 boules indiscernable au touche, 3 boules rouges portant les numéros : 1 , 1,0 et 3 boules noires portant les numéros : 2,1,0 et deux boules blanches numérotés : 0 ,1.
On tire simultanément 3 boules de l'urne.

1. Soit $A$ l'événement : " Obtenir une boule de chaque couleur "
   et $B$ l'événement : " Les boules tirées portants même numéro "
   a) Montrer que : $P(A) = \frac{18}{56}$ et $P(B) = \frac{5}{56}$ et $P(A \cap B) = \frac{3}{56}$ ..... (1.5 pts)
   b) Est ce que les deux événements $A$ et $B$ sont indépendants? ..... (0.5 pt)
2. Soit $X$ la variable aléatoire égale a le nombre des boules tirées portants le numéro 1.
   a) Déterminer les valeurs prises par $X$..... (0.5 pt)
   b) Montrer que $P(X = 0) = \frac{4}{56}$ et $P(X = 3) = \frac{4}{56}$ ..... (1 pt)
   c) Déterminer la loi de $X$. ..... (1 pt)
   d) Calculer $E(X)$ ; $V(X)$ et $\sigma(X)$ ..... (1.5 pts)
3. On répète cette expérience 4 fois successive. Calculer la probabilité que $A$ se réalise 3 fois exactement.(0.5 pt)

Bon courage! ☺