Lycée qualifiant Tariq Ben Zyad Niveau : 2BAC-PC	❖ DEVOIR SURVEILLÉ N° 1 ❖ 2024-2025	Professeur : Bouyguir Taher www.proftaher.com

Exercice 1 :(3Pts)

1. Calculer les limites suivantes : **A)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt[3]{x^3+x+1}}{x}$ **B)** $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt[3]{x+6}-2}{x-2}$ ..... (2Pts)

2. Déterminer le réel **a** pour que g soit continue en 0 . $g(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt[4]{x+1}-\sqrt[3]{x+1}}{\sqrt[3]{x+1}-\sqrt{x+1}} & si \quad x\neq 0\\ \mathbf{a} & si \quad x=0\end{cases}$ ..... (1Pt)

Exercice 2 :(8.5Pts)

Partie I : Soit la fonction g défini sur $\mathbb{R}$ par : $g(x)=-x^3+x^2-3x-1$

1. Montrer que l'équation $g(x)=0$ admet une unique solution β dans l'intervalle $]-1;0[$ ..... (2Pts)
2. En utilisant la méthode de Dichotomie donner un encadrement de β d'amplitude 0.25. ..... (1Pt)
3. Déterminer le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x. ..... (1Pt)

Partie II : Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\frac{4}{x^2+1}-2x$

1. Calculer $\lim\limits_{x\mapsto+\infty}f(x)$ et $\lim\limits_{x\mapsto-\infty}f(x)$ ..... (1Pt)
2. Déterminer la dérivée de f , et montrer que : $f'(x)=\frac{2(x+1)g(x)}{(x^2+1)^2}$. ..... (1Pt)
3. A l'aide de la question **3)** Déterminer le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de f ..... (1Pt)
4. Calculer $f'(\beta)$, puis interpréter graphiquement le résultat. ..... (0.5Pt)
5. Déterminer le signe de $f(\beta)$,puis en déduire le nombre de solutions de l'équation $f(x)=0$ dans $\mathbb{R}$ ..... (1Pt)

Exercice 3 :(8.5Pts)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases}f(x)=\sqrt[3]{1-x^3} & si \quad x<1\\ f(x)=\sqrt{x\left(x^2-1\right)} & si \quad x\geq 1\end{cases}$

1. Montrer que f est continue en 1. ..... (1Pt)
2. **a)** Étudier la dérivabilité de f à gauche de 1 et à droite de 1. ..... (1Pt)

   b) Interpréter graphiquement les résultats obtenus. ..... (0.5Pt)
3. Montrer que f est strictement décroissante sur $]-\infty;1[$. ..... (1Pt)
4. Étudier la monotonie de f sur $[1;+\infty[$. ..... (1Pt)
5. Dresser le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$. ..... (1Pt)
6. Soit g la restriction de la fonction f sur $I=]-\infty;1[$.
   a) Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer. ..... (1Pt)

   b) Calculer : $\left(g^{-1}\right)'(\sqrt[3]{2})$. ..... (1Pt)
   c) Expliciter $g^{-1}(x)$ pour tout x de J. ..... (1Pt)

La propreté de la feuille et la lisibilité de l'écriture seront prises en considération lors de la correction.

Bon courage ! ☺