Lycée qualifiant Tariq Ben Zyad Niveau : 2BAC-PC	❖ DEVOIR SURVEILLÉ N° 1 ❖ 2024-2025	Professeur : Bouyguir Taher www.proftaher.com

Exercice 1 :(3Pts)

1. Calculer les limites suivantes : **A)** $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt[3]{8x^3+x+1}-x$ **B)** $\lim\limits_{x\to-2} \dfrac{\sqrt[3]{x+10}-2}{x+2}$ ..... (2Pts)

2. Déterminer le réel **m** pour que g soit continue en 1 . $g(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt[5]{x^6}-\sqrt[6]{x^5}}{\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[4]{x^3}} & si \quad x\neq 1\\ \mathbf{m} & si \quad x=1\end{cases}$ ..... (1Pt)

Exercice 2 :(8.5Pts)

Partie I : Soit le polynôme P défini sur $\mathbb{R}$ par : $P(x)=x^3-x^2+3x+1$

1. Montrer que l'équation $P(x)=0$ admet une unique solution α dans l'intervalle $]-1;0[$..... (2Pts)
2. En utilisant la méthode de Dichotomie donner un encadrement de α d'amplitude 0.25..... (1Pt)
3. Déterminer le signe de $P(x)$ suivant les valeurs de x..... (1Pt)

Partie II : Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\frac{-2}{x^2+1}+x$

1. Calculer $\lim\limits_{x\mapsto+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\mapsto-\infty} f(x)$..... (1Pt)
2. Déterminer la dérivée de f , et montrer que : $f'(x)=\frac{(x+1)P(x)}{(x^2+1)^2}$..... (1Pt)
3. A l'aide de la question **3)** Déterminer le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de f..... (1Pt)
4. Calculer $f'(\alpha)$, puis interpréter graphiquement le résultat..... (0.5Pt)
5. Déterminer le signe de $f(\alpha)$,puis en déduire le nombre de solutions de l'équation $f(x)=0$ dans $\mathbb{R}$ ..... (1Pt)

Exercice 3 :(8.5Pts)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases}f(x)=\sqrt{x^2-2x} & si \quad x<0\\ f(x)=\sqrt[3]{x^3+3x} & si \quad x\geq 0\end{cases}$

1. Montrer que f est continue en 0..... (1Pt)
2. **a)** Étudier la dérivabilité de f à gauche de 0 et à droite de 0..... (1Pt)

   b) Interpréter graphiquement les résultats obtenus..... (0.5Pt)
3. Montrer que f est strictement décroissante sur $]-\infty;0[$..... (1Pt)
4. Étudier la monotonie de f sur $[0;+\infty[$..... (1Pt)
5. Dresser le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$..... (1Pt)
6. Soit g la restriction de la fonction f sur $I=]-\infty;0[$.
   a) Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer..... (1Pt)

   b) Calculer : $\left(g^{-1}\right)'(\sqrt{3})$..... (1Pt)
   c) Expliciter $g^{-1}(x)$ pour tout x de J..... (1Pt)

La propreté de la feuille et la lisibilité de l'écriture seront prises en considération lors de la correction.

Bon courage! ☺