Exercice 1 :(3pts)

Cochez la case correspondant à la bonne réponse.

1 : L'ensemble de définition de $f(x)=\ln(|x-1|)$ est : ☐A) $]1;+\infty[$ ☐B) $\mathbb{R}$ ☐C) $\mathbb{R}-\{1\}$

2 : L'ensemble de définition de $f(x)=\ln(\frac{3-x}{x+2})$ est : ☐A) $\mathbb{R}-\{-2\}$ ☐B) $]-2;+\infty[$ ☐C) $]-2;3[$

3 : La solution de l'équation $\ln(2x-3)=\ln(4x-1)$ est : ☐A) $S=\{1\}$ ☐B) $S=\{-1\}$ ☐C) $S=\varnothing$

4 : Les solutions de l'équation $\ln^2(x)-4\ln(x)+3=0$ est : ☐A) $S=\{-1;3\}$ ☐B) $S=\{1;3\}$ ☐C) $S=\{e;e^3\}$

5 : Le nombre $A=\log_2(64)-\log_3(81)+\log_5(125)=$ égale a : ☐A) -4 ☐B) -1 ☐C) 5

6 : La limite $\lim\limits_{x\to 0^+} x\ln(1+\frac{1}{x})$ égale a : ☐A) $+\infty$ ☐B) 1 ☐C) 0

Exercice 2 :(17Pts)

Partie I

Soit g la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par : $g(x)=x-1+\ln(x)$

1. Calculer les limites : $\lim\limits_{x\to 0^+} g(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$. ..... (1 pt)
2. Calculez $g'(x)$ puis dressez tableau de variation de g sur $]0;+\infty[$ ..... (2 pts)
3. Déduire que : $(\forall x\in]0;1])$, $g(x)\leq 0$ et $(\forall x\in[1;+\infty[)$, $g(x)\geq 0$ ..... (1 pt)

Partie II

Soit la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par : $f(x)=x+\frac{1}{2}-\ln(x)+\frac{1}{2}(\ln(x))^2$

1. Calculez $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ puis interpréter le résultat géométriquement ..... (1 pt)
2. Montrez que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ et que $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{(\ln(x))^2}{x}=0$ ..... (1 pt)
3. Montrez que$(\mathscr{C}_f)$admet une branche parabolique de direction la droite $(D: y=x$ au voisinage de $+\infty$. (1 pt)
4. Montrez que : $(\forall x\in]0;+\infty[): f'(x)=\frac{g(x)}{x}$ ..... (1 pt)
5. Dressez le tableau de variations de la fonction f sur $]0;+\infty[$ ..... (1 pt)
6. Montrez que : $(\forall x\in]0;+\infty[: f''(x)=\frac{2-\ln(x)}{x^2}$ ..... (1 pt)
7. Étudiez la convexité de f en déterminons le point d'inflexion de $(\mathscr{C}_f)$ ..... (1.5 pts)
8. Étudiez la position relative de $(\mathscr{C}_f)$ avec la droite (D) d'équation $y=x$ ..... (1 pt)
9. Tracez soigneusement $(\mathscr{C}_f)$ et (D) dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$. ..... (1 pt)

Partie III

Soit (u_n) la suite numérique définie par : $u_0=1$ et $u_{n+1}=f(u_n)$, $(\forall n\in\mathbb{N})$

1. Montrer que : $(\forall n\in\mathbb{N})$, $1\leq u_n\leq e$ ..... (1 pt)
2. Montrer que (u_n) est croissante. ..... (1 pt)
3. Déduire que (u_n) est convergente , puis calculez $\lim\limits_{x\to+\infty} u_n$ ..... (1.5 pts)

Bon courage! ☺