Lycée qualifiant Tariq Ben Zyad Niveau : 2BAC-PC	❖ DEVOIR SURVEILLÉ N° 4 ❖ 2024-2025 – 2h00min	Professeur : Bouyguir Taher www.proftaher.com

Exercice 1 :(5Pts)

1. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2-4z+16=0$ ..... (1 pt)
2. On considère les deux nombres complexes : $a=2-i2\sqrt{3}$ et $b=-1-i\sqrt{3}$
   a) Montrer que $\frac{b}{a}=\frac{1}{4}-i\frac{\sqrt{3}}{4}$ ..... (1 pt)
   b) On pose $U=\frac{b}{a}$, déterminer le module et l'argument de U ..... (1 pt)
3. Dans le plan complexe, on considère les points : $A(a)$ et $B(b)$
   a) Vérifier que : $\frac{b-a}{b}=-i\sqrt{3}$ ..... (1 pt)
   b) En déduire que le triangle OAB rectangle en B. ..... (1 pt)

Exercice 2 :(7Pts)

1. Résoudre dans $\mathbb{C}$: $(z+2i)(z^2+1)=0$ et $z-2\overline{z}=-1+3i$ ..... (2 pts)
2. On pose $z_1=1+i$ et $z_2=\sqrt{3}+i$
   a) Déterminer la forme trigonométriques de z_1 et z_2 ..... (1 pt)
   b) Déduire la forme trigonométrique de z_1z_2 ..... (1 pt)
3. Écrire sous forme algébrique z_1z_2, puis déduire les valeurs de $cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ et $sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ ..... (2 pts)
4. Montrer que : $\left(\frac{z_1}{\sqrt{2}}\right)^{48}+\left(\frac{z_2}{2}\right)^{48}=2$ ..... (1 pt)

Exercice 3 :(8Pts)

1. Dans le plan complexe, on considère les points A ,B et C des affixes respectives :

   $$a=6-5i\ ,\ b=4-2i \text{ et } c=2+i$$

   a) Calculer le rapport : $\frac{a-c}{b-c}$ en déduire que les points A, B et C sont alignés. ..... (1 pt)
   b) Soit T la translation de vecteur $\vec{u}(1+5i)$. Vérifier que l'affixe du point D l'image de C par la translation T est : $d=3+6i$ ..... (1 pt)
   c) Montrer que : $\frac{d-c}{b-c}=-1+i$. ..... (1 pt)
   d) Montrer que l'argument du nombre : $-1+i$ est : $\frac{3\pi}{4}$. ..... (1 pt)
   e) En déduire la mesure de l'angle orienté : $(\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CD})$ ..... (1 pt)
2. Soit $\mathscr{R}$ la rotation de centre C et d'angle $\frac{\pi}{2}$.
   a) Déterminer l'écriture complexe de la rotation $\mathscr{R}$. ..... (1 pt)
   b) Déterminer l'affixe du point $K(z_k)$, l'image du point B par la rotation $\mathscr{R}$ ..... (1 pt)
   c) Déterminer l'ensemble des points tels que : $|z-a|=|z_k|$ ..... (1 pt)

Bon courage! ☺