Lycée qualifiant Tariq Ben Zyad Niveau : 2BAC-PC	❖ DEVOIR LIBRE N° 1 ❖ 2025-2026 À rendre le 27/10/2025	Professeur : Bouyguir Taher www.proftaher.com

Exercice 1 :(5Pts)

1. Soit f la fonction définie par. $\begin{cases} f(x)=\dfrac{\sqrt{9+x}-3}{x^2+x} & si \quad x\neq 0 \\ f(0)=\dfrac{1}{6} \end{cases}$ Étudier la continuité de f en 0 ..... (1Pt)
2. Ranger dans l'ordre croissant les nombres suivants : $\sqrt[4]{3}$, $\sqrt[8]{4}$, $\sqrt[10]{32}$ *et* $\sqrt{\sqrt[3]{10}}$ ..... (1Pt)
3. Simplifier le nombre suivant : $A=\dfrac{\sqrt[3]{1024}\sqrt[5]{32}}{\sqrt[4]{64}\sqrt[3]{\sqrt{256}}\sqrt{18}}$ ..... (1Pt)
4. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation et l'inéquation suivantes : $\sqrt[3]{x^2+4}=2$ et $(x+1)^5\leq 32$ ..... (1Pt)
5. Calculer les limites suivantes : **A)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt[3]{x^3+x+1}-5x$ **B)** $\lim\limits_{x\to-2}\dfrac{\sqrt[3]{x+10}-2}{x+2}$ ..... (1Pt)

Exercice 2 :(7Pts)

Partie I : Soit le polynôme P défini sur $\mathbb{R}$ par : $P(x)=x^3-x^2+3x+1$

1. Montrer que l'équation $P(x)=0$ admet une unique solution α dans l'intervalle $]-1;0[$ ..... (1Pt)
2. En utilisant la méthode de Dichotomie donner un encadrement de α d'amplitude 0.25. ..... (1Pt)
3. Déterminer le signe de $P(x)$ suivant les valeurs de x. ..... (1Pt)

Partie II : Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\frac{x^3+x-2}{x^2+1}$

1. Calculer $\lim\limits_{x\mapsto+\infty}f(x)$ et $\lim\limits_{x\mapsto-\infty}f(x)$ ..... (1Pt)
2. Déterminer la dérivée de f , et montrer que : $f'(x)=\frac{(x+1)\times P(x)}{(x^2+1)^2}$ ..... (1Pt)
3. A l'aide de la question **I.3)** Déterminer le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de f ..... (1Pt)
4. Calculer $f'(\alpha)$, puis interpréter graphiquement le résultat. ..... (0.5Pt)
5. Déterminer le signe de $f(\alpha)$,puis en déduire le nombre de solutions de l'équation $f(x)=0$ dans $\mathbb{R}$ .... (0.5Pt)

Exercice 3 :(8Pts)

On considère la fonction f définie sur $I=[0;+\infty[$ par : $f(x)=1-\sqrt{x^2+1}$

1. Calculer $\lim\limits_{x\mapsto+\infty}f(x)$ ..... (0.5Pt)
2. **a)** Étudier la dérivabilité de f à droite en 0 ..... (1Pt)

   b) Interpréter graphiquement le résultat obtenu. ..... (0.5Pt)
3. Montrer que f est strictement décroissante sur $I=[0;+\infty[$ ..... (1Pt)
4. Dresser le tableau de variations de f sur $I=[0;+\infty[$. ..... (1Pt)
5. Déterminer l'équation du droite tangente de $(\mathscr{C}_f)$ au point $x_0=1$ ..... (1Pt)
6. Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer. ..... (1Pt)
7. Calculer : $f(\sqrt{3})$, puis en déduire $\left(f^{-1}\right)'(-1)$. ..... (1Pt)
8. Expliciter $f^{-1}(x)$ pour tout x de J ..... (1Pt)

Bon courage! ☺