Lycée qualifiant Tariq Ben Zyad Niveau : 2BAC-PC	❖ DEVOIR LIBRE N° 3 ❖ 2025-2026 À rendre le 05/01/2026	Professeur : Bouyguir Taher www.proftaher.com

Exercice 1 :(3pts)

1 : Déterminer L'ensemble de définition des fonctions suivantes : $f(x)=\ln(x-3)$ et $g(x)=\ln(\frac{1+x}{2-x})$

2 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) : $\ln(x+1)=\ln(2x-6)$

3 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation (I) : $\ln^2(x)+\ln(x)-6\geq 0$

4 : Calculer La limite : $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln(x)}{\sqrt{x}}$

5 : Simplifier Le nombre : $A=\log_2(8)-\log_3(27)+\log_5(\frac{1}{125})$

Exercice 2 :(17Pts)

Partie I

Soit g la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par : $g(x)=x^2-1+\ln(x)$

1. Calculer les limites : $\lim\limits_{x\to0^+}g(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$. ..... (1 pt)
2. Montrer que $g'(x)=\dfrac{2x^2+1}{x}$ puis dressez tableau de variations de g ..... (2 pts)
3. Déduire que : $(\forall x\in]0;1])$, $g(x)\leq 0$ et $(\forall x\in[1;+\infty[)$, $g(x)\geq 0$ ..... (1 pt)

Partie II

Soit la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par : $f(x)=\dfrac{x^2-\ln(x)}{x}$ et $\mathscr{C}_f$ sa courbe dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1. Calculer $\lim\limits_{x\to0^+}f(x)$ puis interpréter le résultat géométriquement ..... (1 pt)
2. Montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ ..... (1 pt)
3. Montrez que la droite $(D):y=x$ est une asymptote oblique de $(\mathscr{C}_f)$ au voisinage de $+\infty$ ..... (1 pt)
4. Étudier la position relative de $(\mathscr{C}_f)$ avec la droite (D) d'équation $y=x$ ..... (1 pt)
5. Montrer que : $(\forall x\in]0;+\infty[):f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$ ..... (1 pt)
6. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $]0;+\infty[$ ..... (1 pt)
7. Montrer que : $(\forall x\in]0;+\infty[):f''(x)=\dfrac{3-2\ln(x)}{x^3}$ ..... (1 pt)
8. Étudier la convexité de f en déterminons le point d'inflexion de $(\mathscr{C}_f)$ ..... (1.5 pts)
9. Construire (D) et $(\mathscr{C}_f)$ dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$. (On prend : $e^{\frac{3}{2}}\simeq 4.5$ et $f(e^{\frac{3}{2}})\simeq 4$) ..... (1 pt)

Partie III

Soit (u_n) la suite numérique définie par : $u_0=e$ et $u_{n+1}=f(u_n)$, $(\forall n\in\mathbb{N})$

1. Montrer que : $(\forall n\in\mathbb{N})$, $1\leq u_n\leq e$ ..... (1 pt)
2. Montrer que (u_n) est décroissante. ..... (1 pt)
3. Déduire que (u_n) est convergente , puis calculez $\lim\limits_{x\to+\infty}u_n$ ..... (1.5 pts)

Bon courage! ☺