Lycée qualifiant Tariq Ben Zyad Niveau : 2BAC-PC	❖ DEVOIR LIBRE N° 2 ❖ 2025-2026 – Semestre 2 – 2 h	Professeur : Bouyguir Taher www.proftaher.com

Exercice 1 (7 Pts)

L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.
On considère les points $A(1;0;-1)$; $B(1;1;1)$ et $C(2;1;0)$

1. a) Montrer que $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=-\vec{i}+2\vec{j}-\vec{k}$. ..... (1 pt)
   b) En déduire une équation cartésienne du plan (ABC) ..... (1 pt)
2. Soit (S) l'ensemble des points $M(x,y,z)$ de l'espace tels que : $x^2+y^2+z^2-4x-2y-11=0$.
   Montrer que (S) est la sphère de centre C et de rayon 4 ..... (1 pt)
3. Vérifier que : $\begin{cases} x=1 \\ y=t \\ z=-1+2t \end{cases}$ / $t\in\mathbb{R}$ est une représentation paramétrique de la droite (AB). ..... (1 pt)
4. Calculer la distance entre le point C et la droite (AB). En déduire la position relative de la sphère (S) et la droite (AB) ..... (1 pt)
5. Déterminer les coordonnées des deux points d'intersections de la sphère (S) et la droite (AB) ..... (2 pt)

Exercice 2 (6.5 Pts)

1. a) Résoudre l'équation différentielle (1) : $y''+5y'+6y=0$ ..... (1 pt)
   b) Déterminer la solution g de (1) telle que $g(0)=1$ et $g'(0)=-1$ ..... (1 pt)
2. a) Résoudre l'équation différentielle (2) : $y''-4y'+3y=0$ ..... (1 pt)
   b) Déterminer la solution f de (2) telle que la courbe de f admet une tangente au point d'abscisse 0 ; d'équation : $y=3x-1$ ..... (1.5 pts)

Exercice 3 (6.5 Pts)

1. Vérifier que $\dfrac{1}{t(t+1)}=\dfrac{1}{t}-\dfrac{1}{t+1}$ puis calculer : $\displaystyle\int_1^2 \frac{1}{t(t+1)}dt$ ..... (1.5 pts)
2. On pose : $I=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x\cos^2(x)dx$; $J=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x\sin^2(x)dx$ et $K=\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^x\cos(2x)dx$
   a) Calculer $I+J$ ..... (1 pt)
   b) En utilisant l'intégration par partie deux fois montrer que : $K=-\dfrac{e^{\frac{\pi}{2}}+1}{5}$. ..... (2 pts)
   c) Vérifier que $I-J=K$ ..... (1 pt)
   d) En déduire la valeur de I et J. ..... (2 pts)
3. Soit h la fonction définie sur $[0;1]$ par : $h(x)=\dfrac{e^x}{\sqrt{1+e^{2x}}}$. Calculer le volume du solide engendré par la rotation de la courbe $(\mathscr{C}_h)$ autour de la l'axe des abscisses un tour complet. ..... (1 pt)

Indication : $\cos(2x)=\cos^2(x)-\sin^2(x)$

Bon courage! ☺