Lycée qualifiant Tariq Ben Zyad Niveau : 2BAC-PC	❖ DEVOIR SURVEILLÉ N° 1 ❖ 2025-2026 – 2h00min	Professeur : Bouyguir Taher www.proftaher.com

Exercice 1 :(5Pts)

1. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par. $\begin{cases} f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+3}-2}{x^2-x} \ si \ \ x\neq 1 \\ f(1)=\dfrac{-1}{2} \end{cases}$ Étudier la continuité de f en 1 ....(1Pt)
2. Ranger dans l'ordre croissant les nombres suivants : $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{3}$, $\sqrt[4]{5}$ et $\sqrt[6]{6}$ .....(1Pt)
3. Simplifier le nombre suivant : $\mathbf{A}=\dfrac{\sqrt[4]{32}\sqrt[6]{27}\sqrt[4]{108}}{\sqrt[4]{6}}$ .....(1Pt)
4. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $\sqrt[5]{x^2+16}=2$ .....(1Pt)
5. Calculer la limite suivante : $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt[3]{8x^3+x+1}-x$.....(1Pt)

Exercice 2 :(7Pts)

Partie I : Soit le polynôme P défini sur $\mathbb{R}$ par : $P(x)=x^3+3x+8$

1. Montrer que l'équation $P(x)=0$ admet une unique solution α dans l'intervalle $]-2;0[$.....(2Pts)
2. En utilisant la méthode de Dichotomie donner un encadrement de α d'amplitude 0.5. .....(1Pt)
3. Déterminer le signe de $P(x)$ suivant les valeurs de x. .....(1Pt)

Partie II : Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\frac{x^3-4}{x^2+1}$

1. Calculer $\lim\limits_{x\mapsto+\infty}f(x)$ et $\lim\limits_{x\mapsto-\infty}f(x)$.....(1Pt)
2. Déterminer la dérivée de f , et montrer que : $f'(x)=\frac{x\times P(x)}{(x^2+1)^2}$.....(1Pt)
3. A l'aide de la question **I.3)** Déterminer le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de f.....(1Pt)

Exercice 3 :(8Pts)

On considère la fonction f définie sur $I=]-\infty;0]$ par : $f(x)=\sqrt{x^2-2x}$

1. Calculer $\lim\limits_{x\mapsto-\infty}f(x)$.....(0.5Pt)
2. **a)** Étudier la dérivabilité de f à gauche en 0 .....(1Pt)

   b) Interpréter graphiquement le résultat obtenu. .....(0.5Pt)
3. Montrer que f est strictement décroissante sur $I=]-\infty;0]$.....(1Pt)
4. Déterminer l'équation du droite tangente de $(\mathscr{C}_f)$ au point $x_0=-1$.....(1Pt)
5. Dresser le tableau de variations de f sur $I=]-\infty;0]$. .....(1Pt)
6. Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer. .....(1Pt)
7. Calculer : $f(-1)$, puis en déduire $\left(f^{-1}\right)'(\sqrt{3})$. .....(1Pt)
8. Expliciter $f^{-1}(x)$ pour tout x de J.....(1Pt)

Bon courage! ☺