DEVOIR SURVEILLÉ – CHAPITRE 2 | CORRIGÉ

Cercle trigonométrique

1ère Spé Maths

Prof. Taher Bouyguir | www.proftaher.com

Date : ..... **Nom :** _____ **Durée :** 30 min **Note :** ..... / 10

Justifier chaque réponse. La calculatrice est autorisée.

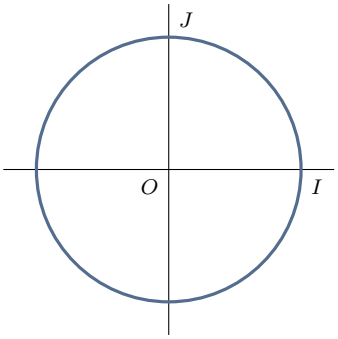
Capacités évaluées

- Associer nombres réels et points sur le cercle trigonométrique ; valeurs remarquables de cos et sin.
- Déterminer le cosinus connaissant le sinus ; formules des angles associés.
- Résoudre à l'aide du cercle trigonométrique une équation en cosinus.

Exercice 1 : (6 points)

1 Sur le cercle ci-contre, placer les points M, N, P, Q et R associés respectivement aux réels :

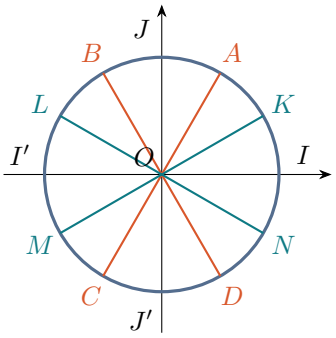
$$\frac{2\pi}{3} \; ; \; \frac{13\pi}{6} \; ; \; \frac{21\pi}{4} \; ; \; -\frac{14\pi}{2} \quad \text{et} \quad -15\pi.$$



2 Justifier, par un calcul, que les points Q et R sont confondus.

3 On a partagé ci-dessous le cercle trigonométrique de façon régulière. Pour chacun des réels x suivants, préciser dans le tableau à quel point il correspond, puis déterminer $\cos(x)$ et $\sin(x)$.

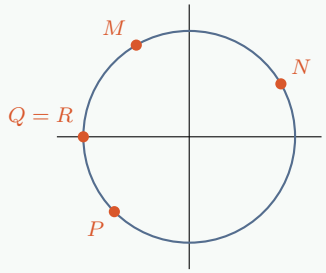
x	$-\frac{\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{7\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{6}$	5π
Point					
$\cos(x)$					
$\sin(x)$					



Solution

1 $\frac{2\pi}{3}$: M dans le 2e quart (120°). $\frac{13\pi}{6} = \frac{\pi}{6} + 2\pi$: N image de $\frac{\pi}{6}$. $\frac{21\pi}{4} = \frac{5\pi}{4} + 2 \times 2\pi$: P image de $\frac{5\pi}{4}$.

$-\frac{14\pi}{2} = -7\pi = \pi - 4 \times 2\pi$: Q image de π (point I'). $-15\pi = \pi - 8 \times 2\pi$: R image de π (point I'). *(2,5 pts)*



2 $-7\pi-(-15\pi)=8\pi=4\times 2\pi$: la différence est un multiple de 2π, donc Q et R sont confondus. *(1 pt)*

3 Les points sont espacés de $\frac{\pi}{6}$: $K\left(\frac{\pi}{6}\right)$, $A\left(\frac{\pi}{3}\right)$, $B\left(\frac{2\pi}{3}\right)$, $L\left(\frac{5\pi}{6}\right)$, $M\left(\frac{7\pi}{6}\right)$, $C\left(\frac{4\pi}{3}\right)$, $D\left(\frac{5\pi}{3}\right)$, $N\left(\frac{11\pi}{6}\right)$. *(2,5 pts)*

x	$-\frac{\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{7\pi}{3}=\frac{\pi}{3}+2\pi$	$-\frac{\pi}{6}$	$5\pi=\pi+2\times 2\pi$
Point	D	M	A	N	I'
$\cos(x)$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
$\sin(x)$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0

Exercice 2 : (4 points)

1 Soit un réel $a\in\left[\frac{\pi}{2}\,;\pi\right]$ tel que $\sin(a)=\frac{4}{5}$.

a) Donner, en justifiant, le signe de $\cos(a)$.

b) Calculer la valeur exacte de $\cos(a)$.

c) En déduire la valeur exacte de $\cos(-a)$, $\sin(-a)$, $\cos(\pi+a)$ et $\cos\left(\frac{\pi}{2}-a\right)$.

2 Résoudre dans $]-\pi\,;3\pi]$ l'équation $2\cos(x)+\sqrt{3}=0$.

✔ Solution

1 a) $a\in\left[\frac{\pi}{2}\,;\pi\right]$: le point image de a est sur le quart de cercle en haut à gauche, d'abscisse négative : $\cos(a)\leqslant 0$. *(0,5 pt)*

b) $\cos^2(a)=1-\sin^2(a)=1-\frac{16}{25}=\frac{9}{25}$ et $\cos(a)\leqslant 0$, donc $\cos(a)=-\frac{3}{5}$. *(1 pt)*

c) $\cos(-a)=\cos(a)=-\frac{3}{5}$; $\sin(-a)=-\sin(a)=-\frac{4}{5}$; $\cos(\pi+a)=-\cos(a)=\frac{3}{5}$; $\cos\left(\frac{\pi}{2}-a\right)=\sin(a)=\frac{4}{5}$. *(1 pt)*

2 $2\cos(x)+\sqrt{3}=0\iff\cos(x)=-\frac{\sqrt{3}}{2}=\cos\frac{5\pi}{6}\iff x=\frac{5\pi}{6}+2k\pi$ ou $x=-\frac{5\pi}{6}+2k\pi$ $(k\in\mathbb{Z})$.

Dans $]-\pi\,;3\pi]$: $S=\left\{-\frac{5\pi}{6}\,;\,\frac{5\pi}{6}\,;\,\frac{7\pi}{6}\,;\,\frac{17\pi}{6}\right\}$. *(1,5 pt)*