DEVOIR SURVEILLÉ – CHAPITRE 10 | CORRIGÉ

1ère Spé Maths

Équations de droite et de cercle

Prof. Taher Bouyguir | www.proftaher.com

Date : ..... **Nom :** _____ **Durée :** 40 min **Note :** ..... / 10

Justifier chaque réponse. La calculatrice est autorisée.

Capacités évaluées

- Équations cartésiennes de droites (vecteur directeur, vecteur normal) ; projeté orthogonal.
- Équations de cercles ; reconnaître un cercle.
- Utiliser un repère pour étudier une configuration.

Le repère est orthonormé.

Exercice 1 : Droites dans un triangle (4 points)

On donne $A(1\,;2)$, $B(3\,;-2)$ et $C(-1\,;0)$.

1. Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB).
2. Déterminer une équation de la hauteur h issue de C dans le triangle ABC.
3. En déduire les coordonnées du projeté orthogonal H de C sur (AB), puis la distance CH.

✔ Solution

1. $\overrightarrow{AB}\,(2\,;-4)$: $(x-1)\times(-4)-(y-2)\times 2=0 \iff -4x-2y+8=0 \iff 2x+y-4=0$. *(1 pt)*
2. Vecteur normal $\overrightarrow{AB}$, ou $(1\,;-2)$: $(x+1)-2(y-0)=0 \iff x-2y+1=0$. *(1 pt)*
3. $x=2y-1$ dans $2x+y-4=0$: $5y-6=0$, $y=\dfrac{6}{5}$, $x=\dfrac{7}{5}$. $H\left(\dfrac{7}{5}\,;\dfrac{6}{5}\right)$.

   $\overrightarrow{CH}\left(\dfrac{12}{5}\,;\dfrac{6}{5}\right)$: $CH=\dfrac{\sqrt{144+36}}{5}=\dfrac{\sqrt{180}}{5}=\dfrac{6\sqrt{5}}{5}\approx 2{,}68$. *(2 pts)*

Exercice 2 : Cercles (3 points)

1. Montrer que l'ensemble $\mathcal{C}$ d'équation $x^2+y^2-4x+2y-4=0$ est un cercle dont on précisera le centre et le rayon.
2. Les points $A(1\,;2)$ et $E(5\,;-1)$ appartiennent-ils à $\mathcal{C}$?
3. Déterminer une équation du cercle de diamètre $[AB]$, avec $B(3\,;-2)$.

✔ Solution

1. $(x-2)^2-4+(y+1)^2-1-4=0 \iff (x-2)^2+(y+1)^2=9$: centre $(2\,;-1)$, rayon 3. *(1,5 pt)*
2. A : $1+9=10\neq 9$, $A\notin\mathcal{C}$. E : $9+0=9$, $E\in\mathcal{C}$. *(0,5 pt)*
3. Centre $(2\,;0)$, rayon $\dfrac{AB}{2}=\dfrac{\sqrt{4+16}}{2}=\sqrt{5}$: $(x-2)^2+y^2=5$. *(1 pt)*

Exercice 3 : Dans un rectangle (3 points)

$ABCD$ est un rectangle tel que $AB = 8$ et $AD = 4$; I est le milieu de $[AB]$. On se place dans le repère orthonormé d'origine A tel que $B(8\,;0)$ et $D(0\,;4)$.

1 Montrer que les droites (ID) et (IC) sont perpendiculaires.

2 En déduire que I appartient au cercle de diamètre $[DC]$, et donner une équation de ce cercle.

Solution

1 $I(4\,;0)$, $C(8\,;4)$, $D(0\,;4)$: $\overrightarrow{ID}\,(-4\,;4)$, $\overrightarrow{IC}\,(4\,;4)$, $\overrightarrow{ID}\cdot\overrightarrow{IC} = -16 + 16 = 0$. *(1,5 pt)*

2 $\overrightarrow{ID}\cdot\overrightarrow{IC} = 0$, donc I est sur le cercle de diamètre $[DC]$: centre $(4\,;4)$, rayon 4, équation $(x-4)^2 + (y-4)^2 = 16$ (et I vérifie $0 + 16 = 16$). *(1,5 pt)*