DEVOIR SURVEILLÉ – CHAPITRE 9 | CORRIGÉ

1ère Spé Maths

Généralités sur les suites

Prof. Taher Bouyguir | www.proftaher.com

Date : ..... **Nom :** _____ **Durée :** 40 min **Note :** ..... / 10

Justifier chaque réponse. La calculatrice est autorisée.

Capacités évaluées

- Calculer des termes (forme explicite, récurrence) ; modéliser une situation par une suite.
- Écrire un algorithme ; déterminer un seuil ; conjecturer une limite.
- Étudier le sens de variation d'une suite.

Exercice 1 : Calcul de termes (3 points)

1 Soit $u_n = n^2 - 3n + 1$. Calculer u_0, u_1, u_2, u_3, puis exprimer u_{n+1} en fonction de n.

2 Soit $v_0 = 2$ et $v_{n+1} = \dfrac{v_n + 4}{2}$. Calculer v_1, v_2, v_3.

✔ Solution

1 $u_0 = 1$, $u_1 = -1$, $u_2 = -1$, $u_3 = 1$; $u_{n+1} = (n+1)^2 - 3(n+1) + 1 = n^2 - n - 1$. *(1,5 pt)*

2 $v_1 = 3$, $v_2 = 3{,}5$, $v_3 = 3{,}75$. *(1,5 pt)*

Exercice 2 : Les poissons du lac (4 points)

Un lac contient $2\,000$ poissons. Chaque année, $20\,\%$ des poissons disparaissent et on en introduit 300. On note u_n le nombre de poissons après n années ($u_0 = 2000$).

1 Justifier que $u_{n+1} = 0{,}8\,u_n + 300$, puis calculer u_1 et u_2.

2 Écrire une fonction Python `poissons(n)` qui renvoie u_n.

3 À la calculatrice, conjecturer la limite ℓ de (u_n) et vérifier que $\ell = 0{,}8\,\ell + 300$.

4 On admet que $u_n = 1500 + 500 \times 0{,}8^n$. Au bout de combien d'années y aura-t-il moins de $1\,550$ poissons ?

✔ Solution

1 Il reste $80\,\%$ des poissons, soit $0{,}8u_n$, plus 300. $u_1 = 1900$; $u_2 = 1820$. *(1 pt)*

2 *(1 pt)*

```
def poissons(n):
    u = 2000
    for i in range(n):
        u = 0.8*u + 300
    return u
```

3 Les termes se rapprochent de 1500 ; et $0{,}8 \times 1500 + 300 = 1500$. *(1 pt)*

4 $u_n < 1550 \iff 500 \times 0{,}8^n < 50 \iff 0{,}8^n < 0{,}1$. $0{,}8^{10} \approx 0{,}107$ et $0{,}8^{11} \approx 0{,}086$: au bout de 11 ans. *(1 pt)*

Exercice 3 : Sens de variation (3 points)

Étudier le sens de variation des suites définies pour tout entier naturel n par :

$$u_n = n^2 + 5n \quad ; \quad v_n = 7 \times 0{,}6^n \quad ; \quad w_n = \frac{n+3}{n+1} \quad \left(\text{on pourra écrire } w_n = 1 + \frac{2}{n+1}\right).$$

Solution

- $u_{n+1} - u_n = 2n + 1 + 5 = 2n + 6 > 0$: (u_n) est croissante. *(1 pt)*
- $v_n > 0$ et $\dfrac{v_{n+1}}{v_n} = 0{,}6 < 1$: (v_n) est décroissante. *(1 pt)*
- $1 + \dfrac{2}{n+1} = \dfrac{n+3}{n+1}$; $f(x) = 1 + \dfrac{2}{x+1}$ a pour dérivée $-\dfrac{2}{(x+1)^2} < 0$: (w_n) est décroissante. *(1 pt)*