DEVOIR SURVEILLÉ – CHAPITRE 13 | CORRIGÉ

Loi de Bernoulli et répétition d'épreuves

1ère Spé Maths

Prof. Taher Bouyguir | www.proftaher.com

Date : ..... **Nom :** _____ **Durée :** 40 min **Note :** ..... / 10

Justifier chaque réponse. La calculatrice est autorisée.

Capacités évaluées

- Reconnaître une situation modélisée par une loi de Bernoulli.
- Répétition de $n \leqslant 4$ épreuves de Bernoulli identiques et indépendantes ; calculs à l'aide d'un arbre.

Exercice 1 : Loi de Bernoulli (3 points)

1 Un élève répond au hasard à une question à 3 choix (une seule réponse juste). On note X la variable qui vaut 1 si la réponse est juste et 0 sinon. Donner la loi de X, puis $E(X)$ et $V(X)$.

2 Les situations suivantes sont-elles des répétitions d'épreuves de Bernoulli identiques et indépendantes ? Justifier.

a) On lance 3 fois un dé et on compte le nombre de « 1 ».

b) On tire sans remise 3 cartes d'un jeu de 32 et on compte le nombre de rois.

✔ Solution

1 $P(X=1)=\frac{1}{3}$, $P(X=0)=\frac{2}{3}$; $E(X)=\frac{1}{3}$; $V(X)=\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{2}{9}$. *(1,5 pt)*

2 a) Oui : même épreuve (succès « 1 », $p=\frac{1}{6}$), répétée 3 fois de façon indépendante. b) Non : sans remise, la probabilité change d'un tirage à l'autre (pas d'indépendance). *(1,5 pt)*

Exercice 2 : Tirs au but (4 points)

Un joueur réussit un tir au but avec la probabilité $0{,}8$. Il tire 3 fois, les tirs étant indépendants. On note X le nombre de tirs réussis.

1 Construire un arbre pondéré.

2 Déterminer la loi de X.

3 Calculer la probabilité qu'il réussisse au moins un tir.

4 Calculer $E(X)$.

✔ Solution

1 Arbre à 3 niveaux, branches R $(0{,}8)$ et $\overline{R}$ $(0{,}2)$. *(1 pt)*

2 $P(X=0)=0{,}2^3=0{,}008$; $P(X=1)=3\times0{,}8\times0{,}2^2=0{,}096$; $P(X=2)=3\times0{,}8^2\times0{,}2=0{,}384$; $P(X=3)=0{,}8^3=0{,}512$. *(1,5 pt)*

3 $P(X\geqslant1)=1-0{,}008=0{,}992$. *(0,5 pt)*

4 $E(X)=0{,}096+2\times0{,}384+3\times0{,}512=2{,}4$. *(1 pt)*

Exercice 3 : Quatre lancers (3 points)

On lance 4 fois une pièce équilibrée.

1. Combien l'arbre comporte-t-il de chemins ? Quelle est la probabilité de chacun ?
2. Calculer la probabilité d'obtenir exactement 2 « Pile ».
3. Calculer la probabilité d'obtenir au moins un « Pile ».

Solution

1. $2^4 = 16$ chemins, chacun de probabilité $\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$. *(1 pt)*
2. 6 chemins comportent 2 « Pile » : $\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$. *(1 pt)*
3. $1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$. *(1 pt)*