DEVOIR SURVEILLÉ – CHAPITRE 3 | CORRIGÉ

1ère Spé Maths

Probabilités conditionnelles – Sujet A

Prof. Taher Bouyguir | www.proftaher.com

Date : ..... **Nom :** _____ **Durée :** 30 min **Note :** ..... / 10

Justifier chaque réponse. La calculatrice est autorisée.

Capacités évaluées

- Construire un arbre pondéré ; calculer la probabilité d'un chemin.
- Formule des probabilités totales ; probabilité conditionnelle « inversée » $p_S(I)$.
- Interpréter un résultat dans le contexte (taux d'erreur).

Exercice 1 : Le logiciel anti-spam (10 points)

Laura reçoit chaque jour beaucoup de courriels. Pour se protéger des courriels indésirables, elle achète un logiciel anti-spam. Chaque jour, $30\,\%$ des courriels reçus par Laura sont indésirables ; $95\,\%$ des courriels indésirables sont automatiquement bloqués par le logiciel anti-spam. Parmi les courriels qui ne sont pas indésirables, le logiciel anti-spam en bloque $2\,\%$.

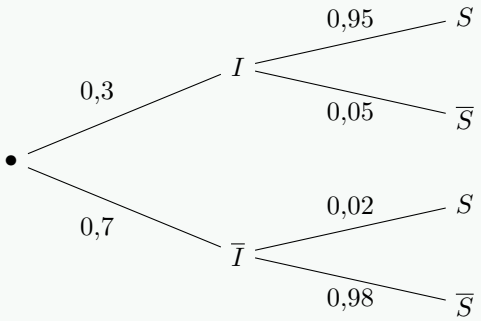
On choisit au hasard un courriel reçu par Laura. Chaque courriel a la même probabilité d'être choisi. On considère les événements suivants :

- I : « le courriel choisi est indésirable » ;
- S : « le logiciel anti-spam bloque le courriel choisi ».

Pour tout événement A, on note $\overline{A}$ l'événement contraire de A. Pour tous événements A et B avec B de probabilité non nulle, la probabilité de A sachant B est notée $p_B(A)$.

1. Représenter la situation par un arbre pondéré.
2. Calculer la probabilité que le courriel reçu par Laura ne soit pas indésirable et soit bloqué par le logiciel anti-spam.
3. Montrer que $p(S) = 0{,}299$.
4. Le logiciel anti-spam a bloqué un courriel reçu par Laura. Calculer la probabilité que ce courriel soit indésirable. On donnera le résultat arrondi à 10^{-3}.
5. Le fournisseur du logiciel anti-spam affirme que son logiciel se trompe dans moins de $2\,\%$ des cas. Est-ce vrai ? Justifier votre réponse.

✔ Solution



1 *(2 pts)*

2 $p(\overline{I} \cap S) = p(\overline{I}) \times p_{\overline{I}}(S) = 0{,}7 \times 0{,}02 = 0{,}014$. *(1,5 pt)*

3 I et $\overline{I}$ forment une partition : $p(S) = p(I \cap S) + p(\overline{I} \cap S) = 0{,}3 \times 0{,}95 + 0{,}014 = 0{,}285 + 0{,}014 = 0{,}299$. *(2 pts)*

4 $p_S(I) = \dfrac{p(I \cap S)}{p(S)} = \dfrac{0{,}285}{0{,}299} \approx 0{,}953$. *(2 pts)*

5 Le logiciel se trompe lorsqu'il bloque un courriel non indésirable $(\overline{I} \cap S)$ ou laisse passer un indésirable $(I \cap \overline{S})$: $p(\overline{I} \cap S) + p(I \cap \overline{S}) = 0{,}014 + 0{,}3 \times 0{,}05 = 0{,}014 + 0{,}015 = 0{,}029$.
Le logiciel se trompe dans $2{,}9\,\%$ des cas, ce qui est plus que $2\,\%$: l'affirmation est **fausse**. *(2,5 pts)*

DEVOIR SURVEILLÉ – CHAPITRE 3 | CORRIGÉ

1ère Spé Maths

Probabilités conditionnelles – Sujet B

Prof. Taher Bouyguir | www.proftaher.com

Date : ..... **Nom :** _____ **Durée :** 30 min **Note :** ..... / 10

Justifier chaque réponse. La calculatrice est autorisée.

Exercice 1 : Le logiciel anti-spam (10 points)

Laura reçoit chaque jour beaucoup de courriels. Pour se protéger des courriels indésirables, elle achète un logiciel anti-spam. Chaque jour, $35\,\%$ des courriels reçus par Laura sont indésirables ; $95\,\%$ des courriels indésirables sont automatiquement bloqués par le logiciel anti-spam. Parmi les courriels qui ne sont pas indésirables, le logiciel anti-spam en bloque $2\,\%$.

On choisit au hasard un courriel reçu par Laura. Chaque courriel a la même probabilité d'être choisi. On considère les événements suivants :

- I : « le courriel choisi est indésirable » ;
- S : « le logiciel anti-spam bloque le courriel choisi ».

Pour tout événement A, on note $\overline{A}$ l'événement contraire de A. Pour tous événements A et B avec B de probabilité non nulle, la probabilité de A sachant B est notée $p_B(A)$.

1 Représenter la situation par un arbre pondéré.

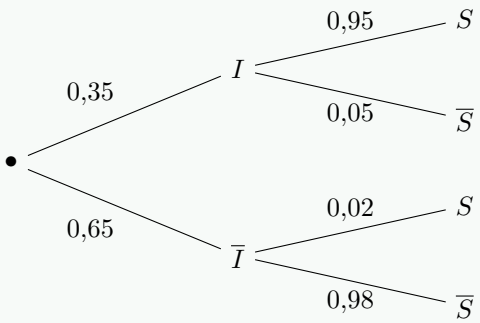
2 Calculer la probabilité que le courriel reçu par Laura ne soit pas indésirable et soit bloqué par le logiciel anti-spam.

3 Montrer que $p(S) = 0{,}3455$.

4 Le logiciel anti-spam a bloqué un courriel reçu par Laura. Calculer la probabilité que ce courriel soit indésirable. On donnera le résultat arrondi à 10^{-3}.

5 Le fournisseur du logiciel anti-spam affirme que son logiciel se trompe dans moins de $2\,\%$ des cas. Est-ce vrai ? Justifier votre réponse.

✔ Solution



1 *(2 pts)*

2 $p(\overline{I} \cap S) = 0{,}65 \times 0{,}02 = 0{,}013$. *(1,5 pt)*

3 $p(S) = 0{,}35 \times 0{,}95 + 0{,}013 = 0{,}3325 + 0{,}013 = 0{,}3455$. *(2 pts)*

4 $p_S(I) = \dfrac{0{,}3325}{0{,}3455} \approx 0{,}962$. *(2 pts)*

5 $p(\overline{I} \cap S) + p(I \cap \overline{S}) = 0{,}013 + 0{,}35 \times 0{,}05 = 0{,}013 + 0{,}0175 = 0{,}0305$.
Le logiciel se trompe dans $3{,}05\,\%$ des cas, plus que $2\,\%$: l'affirmation est **fausse**. *(2,5 pts)*