DEVOIR SURVEILLÉ – CHAPITRE 1 | CORRIGÉ

1ère Spé Maths

Équations du second degré

Prof. Taher Bouyguir | www.proftaher.com

Date : ..... **Nom :** _____ **Durée :** 30 min **Note :** ..... / 10

Justifier chaque réponse. La calculatrice est autorisée.

Capacités évaluées

- Forme canonique, variations et extremum d'une fonction polynôme du second degré.
- Résoudre une équation du second degré.
- Se ramener au second degré ; deux nombres connaissant leur somme et leur produit.

Exercice 1 : Étude d'un trinôme (4 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x^2 + 8x - 6$.

1. Déterminer la forme canonique de $f(x)$.
2. Dresser le tableau de variations de f et préciser son extremum.
3. Résoudre l'équation $f(x) = 0$.
4. Donner une équation de l'axe de symétrie de la parabole représentant f.

Solution

1. $f(x) = -2(x^2 - 4x) - 6 = -2\big[(x-2)^2 - 4\big] - 6 = -2(x-2)^2 + 2$. *(1,5 pt)*
2. $a = -2 < 0$, $\alpha = 2$, $\beta = 2$:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f(x)$		$\nearrow$	2	$\searrow$	

f admet un maximum égal à 2, atteint en $x = 2$. *(1 pt)*

3. $\Delta = 64 - 48 = 16$: $x = \dfrac{-8 \pm 4}{-4}$, soit $S = \{1\,;3\}$ (ou : $-2(x-2)^2 + 2 = 0 \iff (x-2)^2 = 1$). *(1 pt)*
4. La droite d'équation $x = 2$. *(0,5 pt)*

Exercice 2 : Équations (3 points)

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a) $3x^2 - 5x - 2 = 0$ **b)** $x^2 - 6x + 9 = 0$ **c)** $2x^2 + x + 3 = 0$

Solution

a) $\Delta = 25 + 24 = 49$: $x = \dfrac{5 \pm 7}{6}$, $S = \left\{-\dfrac{1}{3}\,;2\right\}$. *(1 pt)*

b) $\Delta = 0$ (c'est $(x-3)^2 = 0$) : $S = \{3\}$. *(1 pt)*

c) $\Delta = 1 - 24 = -23 < 0$: $S = \varnothing$. *(1 pt)*

Exercice 3 : Se ramener au second degré (3 points)

1 Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$.

2 Un rectangle a un périmètre de 34 cm et une aire de 60 cm^2. Déterminer ses dimensions.

✔ Solution

1 $X = x^2$: $X^2 - 5X + 4 = 0$, $X = 1$ ou $X = 4$; $S = \{-2\,;-1\,;1\,;2\}$. *(1,5 pt)*

2 Les dimensions ont pour somme 17 et pour produit 60 : solutions de $x^2 - 17x + 60 = 0$, $\Delta = 49$, $x = \dfrac{17 \pm 7}{2}$. Le rectangle mesure 5 cm sur 12 cm. *(1,5 pt)*