DEVOIR SURVEILLÉ – CHAPITRE 11 | CORRIGÉ

Suites arithmétiques, suites géométriques

1ère Spé Maths

Prof. Taher Bouyguir | www.proftaher.com

Date : ..... **Nom :** _____ **Durée :** 40 min **Note :** ..... / 10

Justifier chaque réponse. La calculatrice est autorisée.

Capacités évaluées

- Reconnaître une suite arithmétique ou géométrique ; terme général ; sens de variation.
- Établir et utiliser les formules de somme.
- Modéliser une situation.

Exercice 1 : Cours et sommes (3 points)

1 Démontrer que, pour tout réel $q \neq 1$: $1 + q + q^2 + \cdots + q^n = \dfrac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$.

2 Calculer $S = 1 + 2 + 3 + \cdots + 60$ et $T = 2 + 6 + 18 + \cdots + 2 \times 3^7$.

✔ Solution

1 $S = 1 + q + \cdots + q^n$, $qS = q + \cdots + q^{n+1}$, donc $S - qS = 1 - q^{n+1}$ et $S = \dfrac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$. *(1,5 pt)*

2 $S = \dfrac{60 \times 61}{2} = 1830$; $T = 2 \times \dfrac{1 - 3^8}{1 - 3} = 3^8 - 1 = 6560$. *(1,5 pt)*

Exercice 2 : Deux suites (4 points)

1 (u_n) est arithmétique avec $u_3 = 4$ et $u_9 = 22$. Déterminer sa raison, u_0, puis u_n en fonction de n. Calculer $u_0 + u_1 + \cdots + u_{20}$.

2 La suite (v_n) est définie par $v_n = 6 \times 0{,}5^n$. Montrer qu'elle est géométrique, préciser sa raison, son premier terme et son sens de variation.

✔ Solution

1 $6r = 22 - 4 = 18$, $r = 3$; $u_0 = 4 - 9 = -5$; $u_n = -5 + 3n$. 21 termes de -5 à $u_{20} = 55$: somme $= 21 \times \dfrac{-5 + 55}{2} = 525$. *(2,5 pt)*

2 $\dfrac{v_{n+1}}{v_n} = 0{,}5$: géométrique de raison $0{,}5$, $v_0 = 6 > 0$, $0 < q < 1$: strictement décroissante. *(1,5 pt)*

Exercice 3 : Location (3 points)

Un appartement est loué 600 € par mois la première année. Deux contrats sont proposés : contrat A, le loyer mensuel augmente de 20 € chaque année ; contrat B, il augmente de 3 % chaque année.

1 On note a_n et b_n le loyer mensuel la $(n+1)$-ième année ($a_0 = b_0 = 600$). Exprimer a_n et b_n en fonction de n.

2 Comparer les loyers mensuels de la 11e année ($n = 10$).

3 Calculer, pour chaque contrat, la somme totale payée sur les 10 premières années.

✔ Solution

1 $a_n = 600 + 20n$; $b_n = 600 \times 1{,}03^n$. *(1 pt)*

2 $a_{10} = 800$ et $b_{10} \approx 806{,}35$: le contrat B est alors plus cher. *(1 pt)*

3 Sur 10 ans ($n = 0$ à 9), avec 12 mois par an : A : $12 \times 10 \times \dfrac{600 + 780}{2} = 82\,800$ € ; B : $12 \times 600 \times \dfrac{1 - 1{,}03^{10}}{1 - 1{,}03} \approx 82\,540$ €. *(1 pt)*