Le contenu	Remarques

I. Nombres pairs- Nombres impairs

✍ Activité :

On considère les nombres : $0, \sqrt{34}, -8, 8721, 1970, 89, 2017, 1, \sqrt{19}, 24, 5,4$

Parmi les nombres précédents trouver :

1) *Tous les nombres entiers naturels.*

On note l'ensemble des nombres entiers naturels par $\mathbb{N}$.

On a $\mathbb{N} = \{0,1,2,3,...\}$ *et* $\mathbb{N}^* = \{1,2,3,...\}$.

Le nombre 24 *est un nombre entier naturel. On écrit* $24 \in \mathbb{N}$ *et on dit que* 24 *appartient à* $\mathbb{N}$.

Le nombre $\sqrt{34}$ *n'est un nombre entier naturel. On écrit* $\sqrt{34} \notin \mathbb{N}$ *et on dit que* $\sqrt{34}$ *n'appartient pas à* $\mathbb{N}$.

2) *Tous les nombres pairs.*

Soit a *un nombre entier naturel .On dit que* a *est un nombre pair s'il existe un entier naturel* k *tel que:* $a = 2k$.

3) *Tous les nombres impairs.*

Soit a *un nombre entier naturel .On dit que a est un nombre impair s'il existe un entier naturel* k *tel que:* $a = 2k + 1$.

✍ Application :

Soient a *et* b *deux nombres de* $\mathbb{N}$ $(a \geq b)$. *Compléter le tableau suivant :*

Le nombre	a	b	$a+b$	$a-b$	$a \times b$
Parité	pair	Pair			
	Pair	Impair			
	Impair	Pair			
	Impair	Impair			

✍ Exercice : *Exercice 1 de la série.*

II. Multiples d'un entier naturel- ppcm de deux entiers naturels

✍ Activité :

1) *Cocher les cases convenables :*

	2	6	11	21	0	28	14	120
Multiple de 2								
Multiple de 3								
Multiple de 5								
Multiple de 9								

2) a) - *Déterminer* M_4 *l'ensemble de multiples de 4.*

b) - *Déterminer* M_6 *l'ensemble de multiples de 6.*

c) - *En déduire le plus petit commun multiple de 4 et 6* (*On le note* $ppcm(4,6)$ *ou* $4 \vee 6$).

✍✍ Définition :

Soient a *et* b *deux entiers naturels. On dit que* b *est multiple de* a *s'il existe un entier naturel* k *tel que*: $b = ka$.

✍ Application :

1) *Déterminer tous les multiples inférieure à 50 de 7.*

2) *Déterminer* $\text{ppcm}(5;3)$, $\text{ppcm}(12;18)$ *et* $\text{ppcm}(5;20)$.

✍ Exercice :

Soient a, b *et* c *trois entiers naturels.*

Montrer que si a *est multiple de* b *et* c, *alors il est un multiple de* $2b-3c$.

III. Diviseurs d'un entier naturel- pgcd de deux entiers naturels

✍ Activité :

1) *Cocher les cases convenables* :

	14	*6*	*49*	*81*	*495*
Divisible par 2					
Divisible par 3					
Divisible par 5					
Divisible par 7					
Divisible par 1					

2) ***a)*** *- Déterminer* D_{12} *l'ensemble de diviseurs de 12.*

b) *- Déterminer* D_{18} *l'ensemble de multiples de* 18.

c) *- En déduire le plus grand commun diviseur de 12 et 18 (On le note* $p\text{gcd}(12,18)$ *ou* $12 \wedge 18$).

✍✍ Définition :

Soient a *et* b *deux entiers naturels. On dit que* a *est un diviseur de* b *s'il existe un entier naturel* k *tel que*: $b = ka$, *et on écrit* a / b.

✍Application :

1) *Déterminer les diviseurs de* 24.

2) *Déterminer* $\text{pgcd}(8;6)$, $\text{pgcd}(6;26)$ *et* $\text{pgcd}(36;9)$.

✍ Exercice : *Exercice 3 de la série.*

Critères de divisibilité par 2,3,5,9.

Un nombre est divisible par :

- *2 lorsque son chiffre des unités est pair.*
- *5 lorsque son chiffre des unités soit 0 soit 5.*
- *3 lorsque la somme de ses chiffres est multiple de 3.*
- *9 lorsque la somme de ses chiffres est multiple de 9.*

✪ Exemple :

- *Le nombre* 74250 *est divisible par 2 et 5 car son chiffre des unités est 0.*
- *Le nombre* 74250 *est divisible par 3 et 9 car*: $7+4+2+5+0=18$ *est multiple de 3 et 9.*

IV. Les nombres premiers:

✍ Activité :

Déterminer D_2, D_3, D_5, D_{13} *et* D_{37}. *Que remarquer-vous ?*

✍✍ Définition :

Un entier naturel p *supérieure ou égale à 2 est dit premier, si ses seuls diviseurs sont 1 et* p.

✍ Application :

1) *Trouver les nombres premiers parmi les nombres suivants*: *17, 45, 9, 41, 27, 11, 29.*

2) *Montrer que le nombre* 1000701 *n'est pas premier.*

✍ Remarque :

Pour étudier la primalité d'un entier naturel n, *on cherche tous les nombres premiers* p *qui vérifient*: $p \leq \sqrt{n}$.

Si n *est divisible par un de ces nombres, alors il n'est pas premier.*

✍ Exemple :

Montrons que 97 *est un nombre premier.*

On a: $\sqrt{97} \prec 10$. *Les nombres premiers inférieurs strictement à 10 sont : 2, 3, 5 et 7.*

Puisque 97 *n'est pas divisible par les nombres 2, 3, 5 et 7, alors il est premier.*

✍Application : *Exercice 5 de la série*.

V. Décomposition d'un entier naturel en produit de facteurs premiers :

✍Activité :

1) *Vérifier que*: $1400 = 2^3 \times 5^2 \times 7^1$ ($2^3 \times 5^2 \times 7^1$ *représente une décomposition en produit de facteurs premiers du* 1400).

2) *Déterminer les entiers naturels* n, m *et* p *tels que*: $3240 = 2^n \times 3^m \times 5^p$.

✍✍ Théorème :

Tout entier naturel n *supérieur ou égale à 2, se décompose de façon unique en un produit de facteurs premiers.*

✍Application :

Décomposer en produits de facteurs premiers les nombres : 12, 3520, 4576.

✍✍ Définition :

Soient a *et* b *deux entiers naturels. On dit que* a *et* b *sont premiers entre eux si* $p\gcd(a,b) = 1$.

✍ Exemples :

- ✓ *On a* $p\gcd(5,13) = 1$, *donc 5 et 13 sont premiers entre eux.*
- ✓ *On a* $p\gcd(12,30) = 6$, *donc 5 et 13 ne sont pas premiers entre eux.*

✍✍ Théorème :

- *Le PGCD de deux entiers naturels est le produit des facteurs communs entre les deux décompositions de ces deux entiers affectés de la plus petite puissance.*
- *Le PPCM de deux entiers naturels est le produit des facteurs communs et non communs entre les deux décompositions de ces deux entiers affectés de la plus grande puissance.*

Exemple : Calculons $p\gcd(120,45)$ *et* $ppcm(120,45)$. **Application :** *Décomposer en produit de facteurs premiers les nombres 123 et 595 puis déduire qu'ils sont premiers entre eux.* **Exercice :** *Exercice* 11 *de la série*.	