Prof : BOUYGUIR Taher
Classe : 1BACSHF

Calcul Numérique

Année scolaire : 2024/2025

Contenue	Remarques

I. Proportionnalité

✍ Activité ① :

La quantité de colorant nécessaire pour peindre un mur de surface $18\ m^2$ est $10\ Kg$.

1) Déterminer La quantité de colorant nécessaire pour peindre un mur de surface $30\ m^2$.

2) Déterminer la surface qui peut être peinte avec 25 kg de colorant.

✍ Définitions :

Soient a, b, c et d des nombres réels.

- On dit que a et b sont proportionnels avec c et d si : $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$.
- On dit que a et b sont inversement proportionnels avec c et d si : $\frac{a}{\frac{1}{c}} = \frac{b}{\frac{1}{d}}$, c-à-d : $ac = bd$.
- Le quatrième proportionnel des nombres a, b et c est le nombre x tel que : $\frac{a}{b} = \frac{c}{x}$.

✍ Exemple :

La durée pour parcourir 100 km en voiture est :

- Une heure si la vitesse est $100\ Km/h$.
- Deux heures si la vitesse est $50\ Km/h$.
- Dix heures si la vitesse est $50\ Km/h$.

On note que la durée est inversement proportionnelle à la vitesse.

✍ Application ①:

Le tableau suivant indique la quantité de lait nécessaire pour produire du fromage :

Quantité de lait en litre	20	**50**	$\boldsymbol{y}$
Quantité de fromage en Kg	4,6	$\boldsymbol{x}$	**10**

Déterminer x et y.

✍ Application ②:

Calculer la distance représentée par un segment de $2{,}4\ cm$ sur une carte routière avec une échelle $\frac{1}{300000}$.

✍ Propriété :

Si les nombres a, b et c sont proportionnels avec les nombres non nuls a', b' et c', alors :

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'} = \frac{\alpha_1 a + \alpha_2 b + \alpha_3 c}{\alpha_1 a' + \alpha_2 b' + \alpha_3 c'}$$

Avec α_1, α_2 et α_3 sont des nombres réels.

✍ Exemple :

Soient x et $y$deux réels proportionnels avec 4 et 2.

Déterminons les nombres x et y tel que :

$3x - 2y = 21$.

✍ Application ③:

Soient x et $y$deux réels proportionnels avec 3 et 5.

Déterminer les nombres x et y tel que : $7x - 2y = 77$.

✍ Exemple :

5 ouvriers d'une usine de chaussures ont fabriqué 400 chaussures en deux heures.

Cherchons le nombre des chaussures que 7 ouvriers peuvent fabriquer en quatre heures.

✍ Activité ② :

Une classe est composée de 40 élèves parmi lesquels on compte 22 filles.

Déterminer à quel pourcentage des élèves de la classe correspond aux filles.

✍ Application ④:

Un salarié perçoit un salaire mensuel de 4 000 dirhams, dont 15% sont alloués au paiement de ses frais de logement.

Déterminer le prix du logement de ce salarié.

✍ Activité ③ :

Une télévision coûte 7000 Dh et un réfrigérateur coûte 5000 Dh.
Le prix de la télévision a été augmenté de 15% et celui du réfrigérateur a été réduit de 5%.
Calculer le nouveau prix du téléviseur et du réfrigérateur.

✍ Propriété :

Soit x un nombre réel.

	La valeur obtenue
$p\%$ de x	$\frac{p}{100}x$
Augmentation à x de p%	$x+\frac{p}{100}x=\left(1+\frac{p}{100}\right)x$
Réduction à x de $p\%$	$x-\frac{p}{100}x=\left(1-\frac{p}{100}\right)x$

✍ Application ⑤:

Le prix d'une voiture d'occasion est 50 000 Dh a connu une réduction de 10%.
Une personne possédante 46 000 Dh peut-elle acheter cette voiture ?

✍ Application ⑥:

Un commerçant alloue $\frac{2}{7}$ de ses bénéfices à son assistant.
Déterminer le tarif de l'assistant sachant que le commerçant a un bénéfice de $7000\ Dh$.

✍ Application ⑦:

Le prix d'une table après une augmentation de 15% est de 3400 Dh.
Déterminer le prix d'origine de la table.

II. Equations et inéquations du premier degré à une inconnue :

✍ Activité ④ :

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$(E_1): 6x+7=2x-1$ $\quad$ $(E_2): 5(x-2)(4x+2)=0$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

$(I_1): 4x+1\leq x-2$ $\quad$ $(I_2): -3x+1>x+5$

✍ Activité ⑤ :

1) Donner le tableau de signe de ce qui suit :

- $A(x)=3x-3$
- $B(x)=-5x+10$
- $C(x)=(3x-3)(-5x+10)$

2) En déduire les solutions des inéquations suivantes :

- $(I_1): (3x-3)(-5x+10)\geq 0$.
- $(I_2)(3x-3)(-5x+10)<0$.

III. Equations et inéquations du second degré à une inconnue :

✍ Activité ⑥ :

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

- $(E_1): x^2-x-2=0$.
- $(E_2): 2x^2-3x+4=0$.
- $(E_3): x^2-4x+4=0$.

Voir le résumé

✍ Application ⑧:

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $2x^2+5x+3=0$.

2) Donner le tableau de signe du $2x^2+5x+3$.

3) Compléter le tableau suivant :

L'inéquation	*Les solutions*
$2x^2+5x+3\geq 0$	$S=$
$2x^2+5x+3>0$	$S=$
$2x^2+5x+3\leq 0$	$S=$
$2x^2+5x+3<0$	$S=$

✍ Exercice ⑨:

Résoudre les inéquations suivantes :

• $x^2-13x+40\geq 0$	• $x^2-13x+40<0$
• $-4x^2+4x-1\leq 0$	• $x^2+x+1\leq 0$

IV. Systèmes du premier degré à deux inconnues :

✍ Activité ① :

Résoudre le système suivant $(S):\begin{cases} x-2y=3 \\ 3x+4y=-1 \end{cases}$

✍✍ Définition et propriété :

On considère le système : $(S):\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$ tels que $a,\ b,\ c,\ a',\ b'\ et\ c'$ des réels.

- Le nombre $D=\begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix}$ est appelé le déterminant du système (S).
- Si $D\neq 0$, alors le système (S) admet une unique solution : (x_0,y_0) tels que :

$x_0=\frac{\begin{vmatrix} c & b \\ c' & b' \end{vmatrix}}{D}\ et\ \ y_0=\frac{\begin{vmatrix} a & c \\ a' & c' \end{vmatrix}}{D}$.

- Si $D\neq 0$, alors le système (S) :
  - Soit admet une infinité de solutions

$(D_x=\begin{vmatrix} c & b \\ c' & b' \end{vmatrix}=0\ et\ D_y=\begin{vmatrix} a & c \\ a' & c' \end{vmatrix}=0)$.

  - Ou bien n'admet pas de solutions.

$(D_x=\begin{vmatrix} c & b \\ c' & b' \end{vmatrix}\neq 0\ ou\ D_y=\begin{vmatrix} a & c \\ a' & c' \end{vmatrix}\neq 0)$.

☺ Exemple :

Résoudrons le système : $(S):\begin{cases} -2x+5y=7 \\ 3x+4y=1 \end{cases}$.

✍ Application ②:

Résoudre les systèmes suivants à l'aide du déterminant :

- $(S_1):\begin{cases} 3x+4y=90 \\ x+y=25 \end{cases}$
- $(S_2):\begin{cases} x-2y=8 \\ -4x+8y=2 \end{cases}$

✍ Problème①:

Zaid travaille comme serveur dans un café à 20 dirhams de l'heure, et il travaille également comme entraîneur dans un club de sport, à 25 dirhams de l'heure. Une semaine, Zaid a travaillé 30 heures et il a gagné 960 dirhams.

Déterminer les heures de travail de Zaid au club et au café.

Devoir maison :

✍ Exercice ①:

Ecrire les propositions suivantes à l'aide des quantificateurs :

- P_1 : "Quel que soit n un entier relatif : $n+2\geq 0$ ".
- P_2 : "Il existe au moins un nombre réel de carré égal à -3".
- P_3 : "Pour tout x de $[4;+\infty[$: $x-4\geq 0$".
- P_4 : Quel que soit m un entier relatif, il existe au moins un entier naturel n tel que : $m+n\leq 12$.

✍ Exercice ② :

Déterminer la valeur de vérité de chacune des propositions suivantes :

- P_1 : " $(3$ est impair$)$ et $(3=5)$ ".
- P_2 : " $(4\times 8=20)$ ou $(10$ est pair$)$ ".
- P_3 : " $(5<4)$ ou $(\sqrt{10}=5)$ ".
- P_4 : " $(-4\in\mathbb{N})$ et $(\forall x\in\mathbb{R}: x^2\geq 0)$ ".
- P_5 : " $4-1=3\Longrightarrow -7\in\mathbb{Z}$ ".
- P_6 : " $3\times 5=14\Leftrightarrow 20$ est pair ".

✍ Exercice ③ :

Donner la négation des propositions suivantes :

- P_1 : " $(\forall x\in\mathbb{R}): x^2\geq x$ ".
- P_2 : "$(\forall x\in\mathbb{R})(\exists y\in\mathbb{R}): x^2=y-3$"
- P_3 : " $(\exists a\in\mathbb{R}): a+6<0\ et\ a(a+2)-6=17$".

✍ Exercice ④ :

A- Un robinet d'un lavabo fuit. Il s'écoule 2,5 litres chaque heure.

1) Au bout de combien de temps (en min) se sera-t-il écoulé 1,5 litres ?

2) Quel volume d'eau (en L) se sera-t-il écoulé au bout de 35 min ? **B-** L'effectif du club de football était 340 et il a augmenté de 15%. Quel est le nouvel effectif ?	

Résumé

Pr. Bouyguir Taher

Pour résoudre l'équation $(a \neq 0) \quad ax^2 + bx + c = 0$ on calcule le discriminant : $\Delta = b^2 - 4ac$

- Si : $\Delta < 0$ → L'équation n'a pas de solution dans $\mathbb{R}$
- Si : $\Delta = 0$ → L'équation a une unique solution : $x_0 = -\frac{b}{2a}$
- Si : $\Delta > 0$ → L'équation admet deux solutions distinctes : $x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_1 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

La factorisation de $(a \neq 0) \quad P(x) = ax^2 + bx + c$ est :

- Si : $\Delta < 0$ → $P(x)$ n'admet pas de factorisation dans $\mathbb{R}$
- Si : $\Delta = 0$ → $P(x) = a(x - x_0)^2$
- Si : $\Delta > 0$ → $P(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$

Tableau de signe de $P(x) = ax^2 + bx + c$

➢ Si : $\Delta > 0$

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
$P(x)$	signe de a	0	signe contraire de a	0	signe de a		

➢ Si : $\Delta = 0$

x	$-\infty$		$-\frac{b}{2a}$		$+\infty$
$P(x)$	signe de a	0	signe de a		

➢ Si : $\Delta < 0$

x	$-\infty$		$+\infty$
$P(x)$	signe de a		

Systèmes du premier degré à deux inconnues :

On considère le système : (S): $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ tels que $a,\ b,\ c,\ a',\ b'\ et\ c'$ des réels.

- Le nombre $D = \begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix}$ est appelé le déterminant du système (S).
- Si $D \neq 0$, alors le système (S) admet une unique solution dans $\mathbb{R}^2$: (x_0, y_0) tels que :

$x_0 = \frac{\begin{vmatrix} c & b \\ c' & b' \end{vmatrix}}{D}$ et $y_0 = \frac{\begin{vmatrix} a & c \\ a' & c' \end{vmatrix}}{D}$.

- Si $D = 0$, alors le système (S) :
  - Soit admet une infinité de solutions dans $\mathbb{R}^2$ $(D_x = \begin{vmatrix} c & b \\ c' & b' \end{vmatrix} = 0\ et\ D_y = \begin{vmatrix} a & c \\ a' & c' \end{vmatrix} = 0)$.
  - Ou bien n'admet pas de solutions dans $\mathbb{R}^2$ $(D_x = \begin{vmatrix} c & b \\ c' & b' \end{vmatrix} \neq 0\ ou\ D_y = \begin{vmatrix} a & c \\ a' & c' \end{vmatrix} \neq 0)$.