Prof : BOUYGUIR Taher

Classe : TCLSHF

Opérations dans l'ensemble R

Année scolaire : 2023/2024

Le contenue	Remarques

I. Ensembles des nombres :

✍ Activité ①:

Cocher les cases convenables :

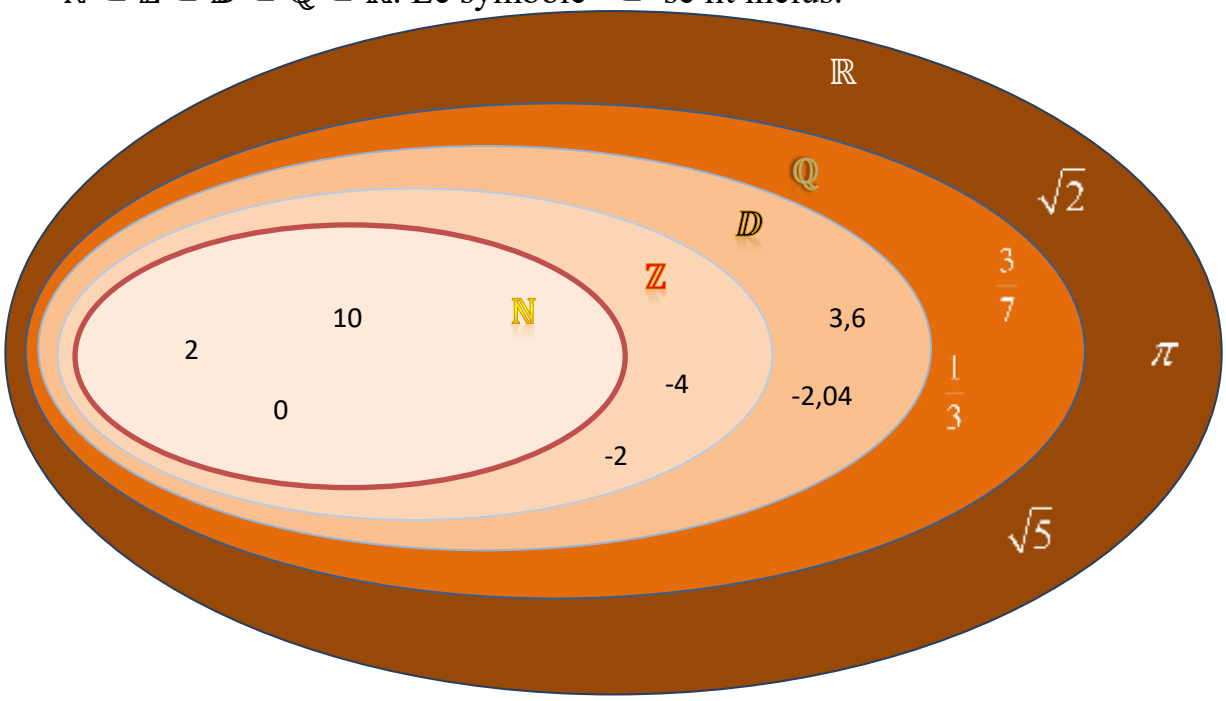
	-8	$\frac{5}{2}$	12,23	π	8	$\sqrt{2}$	-6	Notation de l'ensemble
Entier naturel								
Entier relatif								
Nombre décimal								
Nombre rationnel								
Nombre irrationnel								
Nombre réel								

Définitions :

- ✓ On note l'ensemble des **entiers naturels** par $\mathbb{N}$: $\mathbb{N} = \{0,1,2,3,\dots\}$.
- ✓ On note l'ensemble des **entiers naturels** non nuls par $\mathbb{N}$: $\mathbb{N}^* = \{1,2,3,\dots\}$.
- ✓ On note l'ensemble des **entiers relatifs** par $\mathbb{Z}$: $\mathbb{Z} = \{\dots,-2,1,0,1,2,\dots\}$.
- ✓ On note l'ensemble des **nombres décimaux** par ID : $ID = \{a.10^n / a \in \mathbb{Z} et n \in \mathbb{Z}\}$.
- ✓ On note l'ensemble des **nombres rationnels** par$\mathbb{Q}$: $\mathbb{Q} = \{\frac{a}{b} / a \in \mathbb{Z} et b \in IN*\}$.
- ✓ On note l'ensemble des **nombres réels** par IR.C'est l'ensembles des nombres rationnels et irrationnels.

Remarque :

✓ $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$. Le symbole $'\subset'$se lit inclus.



✍ Application ①:

Compléter à l'aide de l'un des symboles suivants : $\in$ *ou* $\notin$.

$10 \dots IN$ $\quad -6 \dots IN$ $\quad \frac{2}{3} \dots IR$ $\quad 14 \dots \mathbb{Z}$ $\quad 1{,}33 \dots ID$

$3{,}5 \dots \mathbb{Z}$ $\quad \frac{\sqrt{2}}{3} \dots \mathbb{Q}$ $\quad 0 \dots IR*$ $\quad \sqrt{49} \dots IN$ $\quad \frac{1}{3} \dots ID$

II. Les opérations dans l'ensemble des nombres réels $\mathbb{R}$:

Activité ②:

Calculer et simplifier les expressions suivantes :

- $A = 5(x+3)$
- $B = -3(x^2+2x-1)$
- $C = (2x-3)(4x+2)$
- $D = (2-x)(4+2x)$
- $E = (4x+2y-3)-(2x+y+4)$

Propriétés :

Soient a, b, c et d des nombres réels. On a:

- $a(b+c) = ab+ac$
- $(a+b)(c+d) = ac+ad+bc+bd$
- $-(a+b-c) = -a-b+c$

Activité ③:

Calculer :

- $\frac{3}{4}+\frac{2}{5}$
- $\frac{3}{4}-\frac{1}{3}$
- $\frac{7}{5}\times\frac{2}{3}$
- $\frac{\frac{3}{5}}{\frac{7}{2}}$

Propriétés :

Soient a, b, c et d des nombres réels. On a:

- $\frac{a}{b}+\frac{c}{d}=\frac{ad+bc}{bd}$ $avec:\ (b\neq 0\,,d\neq 0)$
- $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$ $avec:\ (b\neq 0\,,d\neq 0)$
- $\frac{1}{\frac{a}{b}}=\frac{b}{a}$ $avec:(a\neq 0\,,b\neq 0)$
- $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}$ $avec:\ (b\neq 0\,,d\neq 0\,,c\neq 0)$
- $\frac{a}{b}=c$ $avec:\ (b\neq 0)$ Équivalent à $a=bc$
- $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ $avec:\ (b\neq 0, d\neq 0)$ Équivalent à $ad=bc$

III. Puissances – Ecriture scientifique :

Activité ④:

Simplifier les nombres suivants : $A = 2^{-5}\times 3^{-3}\times 2^{10}\times 3^{-3}$, $B=\frac{4\times(10^{-2})^3\times 10}{10^{-5}\times 16}$

Propriété :

Soient a et b deux nombres réels non nuls et soient. m et n deux nombres entiers relatifs non nuls. On a:

- $a^n\times a^p = a^{n+p}$
- $\frac{a^n}{a^p}=a^{n-p}$
- $\frac{1}{a^n}=a^{-n}$
- $a^0=1$
- $(a^n)^p=a^{np}$
- $a^n\times a^m=a^{n+m}$
- $\frac{a^n}{b^n}=\left(\frac{a}{b}\right)^n$

✍ Application ②:

Simplifier les nombres suivants : $\otimes\ A = x^7 \times x^4$ $\otimes\ B = (x^2 \times y^3)^2$ $\otimes\ C = \frac{x^4(x^2\times y^3)^2}{x^7\times y^4}$.

○ Remarque : Puissance du nombre 10

Soit n *un entier naturel. On a :*

- $10^n = 100\ldots00$ *n Zéros.*
- $10^{-n} = \mathbf{0,00}\ldots\mathbf{0}1$ *n Zéros.*

○ Exemples :

- $10^3 = 1000$
- $10^2 = 100$
- $10^5 = 100000$
- $10^{-3} = 0.001$
- $10^{-2} = 0.01$
- $10^{-6} = 0.000001$

✍ Activité ⑤:

Parmi les nombres suivants donner ceux écrites en écriture scientifique et écrire les autres sous cette forme :

$0{,}012 \times 10^{-3}$; 6500×10^5 ; $5{,}03 \times 10^{-4}$; $-34{,}56 \times 10^{-2}$

✍✍ Définition :

Soit x *un nombre décimal non nul.*
L'écriture $x = a.10^n$ *dont et* $1 \le a < 10$ *ou* $-10 < a \le -1$ *est appelée* ***l'écriture scientifique*** *de* x.

✍Application ③:

Ecrire les nombres suivants en écriture scientifique :

$251{,}3$; $0{,}095$; $27{,}31 \times 10^3$; 150×10^{-3} ; $-5248{,}3$; $-872{,}731 \times 10^{-4}$; 7879.03×10^7

IV. Racines carrés :

✍✍ Propriété :

Soient a *et* b *deux nombres positifs. On a:*

- $\otimes\ \sqrt{a^2} = \sqrt{a}^2 = a$
- $\otimes\ \frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{a}$ $avec :\ (a \neq 0)$
- $\otimes\ \sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$
- $\otimes\ \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$ $avec :\ (b \neq 0)$

✍ Application ④:

Calculer : $\sqrt{12} \times \sqrt{3}$; $\sqrt{3} \times \sqrt{27}$; $\sqrt{10} \times \sqrt{10}$; $\sqrt{(0.4)^2}$; $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$; $\sqrt{\frac{81}{10}} \times \sqrt{\frac{40}{9}}$.

V. Identités remarquables :

✍ Activité ⑥:

Calculer : $A = (2x+1)^2$ et $B = \left(\sqrt{2} - \sqrt{3}\right)^2$ et $C = \left(\sqrt{2} - 1\right)\left(\sqrt{2} + 1\right)$.

✍✍ Propriété :

Soient a *et* b *deux nombres réels. On a:*

$\otimes\ (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$\otimes\ (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$\otimes\ (a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

✍ Application ⑤:

Développer : $D = 2(x-1)^2 - 4(x^2+2)(x-2)$.

✍ Activité ⑦:

Soient a *et* b *deux nombres réels.* Développer : $A = (a-b)(a^2+ab+b^2)$

✍✍ Propriété :

Soient a *et* b *deux nombres réels. On a:* $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2)$.

✍ Application ⑥:

Factoriser les expressions suivantes :

- $A = (x+4)^2 + (x+4)(x+3)$
- $B = x^2 - 9 + (x-3)(2x+1)$
- $C = x^3 - 1000$
- $D = x^3 - 8 + 4(x-2)$

VI. Proportionnalité :

✍ Activité ⑧:

Cinq Stylos coûtent 17.5 DH. Combien Coûtent huit Stylos ?

Propriétés :

Soient a, b, c et d des nombres réels non nuls.

On dit que a et b sont proportionnels avec c et d s'il existe un réel k, appelé **le coefficient de proportionnalité**, tel que : $\frac{a}{c} = \frac{b}{d} = k$.

Exemple :

L'échelle sur la carte est $1/50000$, on mesure la distance sur la carte entre deux points A et B, elle est 15cm.
Cherchons la distance réelle en kilomètres qui sépare A et B.
Soit y la distance réelle entre A et B.

Distance réelle (cm)	*50000*	*y*
Distance sur la carte (cm)	*1*	*15*

D'après le tableau de proportionnalité on a : $1 \times y = 50000 \times 15$
Donc : $y = 750000$.
Or $750000cm$font $7{,}5km$.
La distance réelle entre A et B est donc de $7{,}5km$.

Propriétés :

Soient a, b, c et d des nombres réels non nuls. On a :

- ⊗ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ Équivalent à $ad = bc$.
- ⊗ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ Équivalent à $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$.
- ⊗ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ Équivalent à $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$.
- ⊗ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{an+mc}{bn+md}$ avec (n, m des nombres réels tels que : $bn + md \neq 0$)

Exemple :

$$\frac{5}{2} = \frac{10}{4} = \frac{5 \times 3 + 10 \times 4}{2 \times 3 + 4 \times 4} = \frac{55}{22}$$

✍ Application ⑦:

Un robinet d'un lavabo fuit. Il s'écoule 2,5 litres chaque heure.

1) Au bout de combien de temps (en min) se sera-t-il écoulé 1,5 litres ?
2) Quel volume d'eau (en L) se sera-t-il écoulé au bout de 35 min ?

✍ Exercice ①:

Les questions de cet exercice sont indépendantes :

1) Une classe est composée de 28 élèves parmi lesquels on compte 16 filles.
Déterminer à quel pourcentage des élèves de la classe correspond aux filles.

2) 45% des moutons d'un troupeau sont blancs. Le troupeau comporte exactement 72 moutons blancs.
De combien de moutons est composé le troupeau ?

3) L'effectif du club de football était 340 et il a augmenté de 15%.
Quel est le nouvel effectif ?

4) Un commerçant diminue ses prix de 8%.
Un écran LCD coûte, avant réduction, 5400DH. Combien coûtait-t-il après ?