Le contenu	*Remarques*

I. Egalité de deux vecteurs-Somme de deux vecteurs

Activité :

Soient A, B, C et D quatre points du plan (P) .

1) Construire les points du plan M et N tels que $\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$.

2) Monter que $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{BC}$ et déduire la nature du quadrilatère $MNCB$.

Propriétés :

- Deux vecteurs sont égaux s'ils ont la même direction, même sens et même norme(on note la norme d'un vecteur $\vec{u}$ par $\left\|\vec{u}\right\|$).
- Soient A, B et C trois points du plan. On a :
- ✓ $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$ (Relation de Chasles).
- ✓ $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$ si et seulement si $ABDC$ est un parallélogramme .
- ✓ $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}$ si et seulement si $ABDC$ est un parallélogramme.
- ✓ $\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{AA}=\vec{0}$.

Application :

1) Simplifier le vecteur $\vec{U}$ tel que : $\vec{U}=\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AB}$.

2) Soient A, B, C, D et E des points du plan. Montrer que :

$\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{CE}+\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{EB}=\vec{0}$

Exercice : Exercice 1 de la série.

II. Multiplication d'un vecteur par un nombre réel

Activité :

Soit ABC un triangle. Construire les points M , N , L et K tels que :

$\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BN}=-2\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AL}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{CK}=\frac{2}{3}\overrightarrow{CB}$

Définition :

Soit $\vec{u}$ un vecteur non nul et k un nombre réel non nul.

- $k\vec{u}$ est un vecteur.
- Si $k>0$, alors $k\vec{u}$ et $\vec{u}$ ont même direction, même sens et $\left\|k\vec{u}\right\|=k\left\|\vec{u}\right\|$
- Si $k<0$, alors $k\vec{u}$ et $\vec{u}$ ont même direction, des sens opposés et $\left\|k\vec{u}\right\|=-k\left\|\vec{u}\right\|$

Application :

Soit ABC un triangle et soit D un point du plan tel que : $\overrightarrow{BD}=3\overrightarrow{DC}$.

1) Montrer que : $\overrightarrow{BD}=\frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$.

2) Placer le point D.

Propriétés :

Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs α et β deux nombres réels on a :

* $\alpha(\vec{u}+\vec{v})=\alpha\vec{u}+\alpha\vec{v}$ * $(\alpha+\beta)\vec{u}=\alpha\vec{u}+\beta\vec{u}$ * $\alpha(\beta\vec{u})=(\alpha\beta)\vec{u}$ * $1\vec{u}=\vec{u}$

* $k\vec{u}=\vec{0}$ si et seulement si $\vec{u}=\vec{0}$ ou $k=0$.

✍ *Application :*

1) Simplifier les écritures vectorielles suivantes : $\overrightarrow{a}=2(\overrightarrow{u}+5\overrightarrow{v})+3(\overrightarrow{u}-\overrightarrow{v})$ et $\overrightarrow{b}=13\overrightarrow{u}+3(4\overrightarrow{v}-\overrightarrow{u})+2\overrightarrow{v}$.

2) En déduire une relation vectorielle entre les vecteurs $\overrightarrow{a}$ et $\overrightarrow{b}$.

III. Colinéarité de deux vecteurs – Alignement de trois points

✍ *Activité :*

Soit ABC un triangle et soient D et E deux points du plan tels que : $\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{BC}$.

1) Construire une figure convenable.

2) Déduire la relation vectorielle entre les deux vecteurs $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AE}$

3) Que peut-on dire sur les points A, D et E.

✍✍ *Définition et propriété :*

- On dit que deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires, si et seulement s'il existe un nombre réel α tel que : $\vec{v}=\alpha\vec{u}$.
- On dit que les points A, B et C sont alignés, si et seulement s'il existe un nombre réel α tel que : $\overrightarrow{AC}=\alpha\overrightarrow{AB}$ (Le nombre α est appelé l'abscisse du point C au repère (A,B)).

EXEMPLE :

L'écriture $\overrightarrow{AC}=\frac{4}{3}\overrightarrow{AD}$ entraine que les points A, C et D sont alignés et que $\frac{4}{3}$ est l'abscisse du point C au repère (A,D).

✍ *Application :*

ABC est un triangle et soient D et E deux points du plan tels que: $\overrightarrow{AD}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DE}=\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$.

Montrer que : $\overrightarrow{AE}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$. Que déduisez-vous ?

✍ *Exercice : Exercice 4 de la série.*

IV. Milieu d'un segment :

✍✍ *Propriété :*

Soient A, B et I trois points du plan.

I est le milieu du segment $[AB]$, si et seulement si $\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{IB}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.

✍ *Application :*

Soit ABC un triangle et soient I et J les milieux respectifs de $[AB]$ et $[AC]$.

Montrer que $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.

Propriété : (Propriété caractéristique de milieu d'un segment)

Si I est le milieu du segment $[AB]$, alors pour tout point M du plan (P) :
$\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI}$.

- ***Exercice : Exercice 3 de la série.***
- ***Exercice de synthèse : Exercice 11de la série.***