Prof. Taher Bouyguir

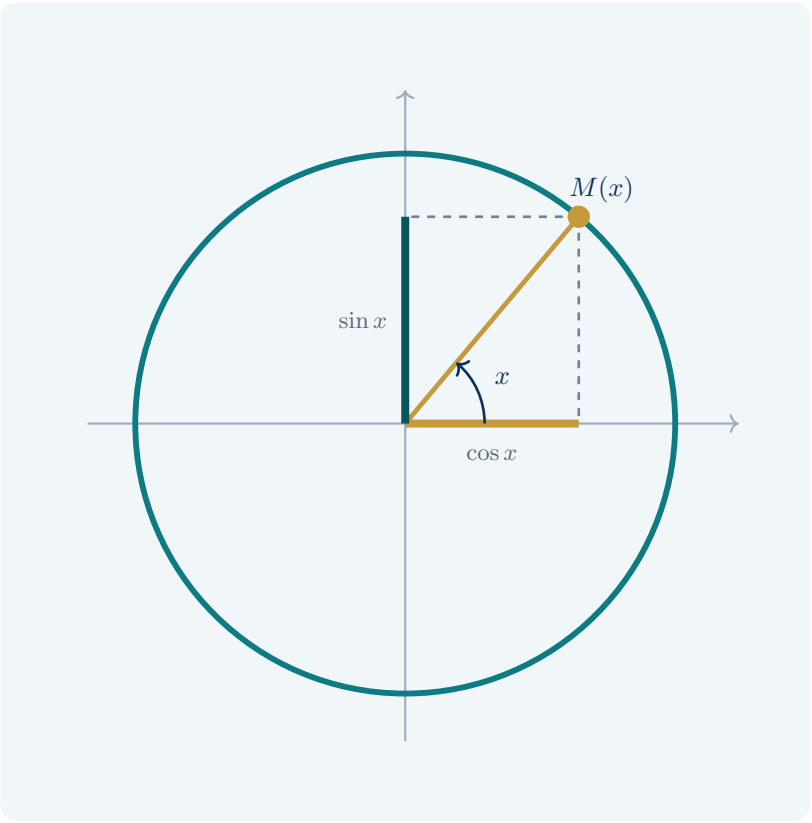
Professeur de mathématiques
Secondaire qualifiant

Prof Taher
Prof Taher Bouyguir
Taher Bouyguir
Contact WhatsApp
Telegram
mr.bouyguir@gmail.com
www.proftaher.com

1ère Spé Maths

CHAPITRE 2

Cercle trigonométrique



Cours et corrigés des applications

2

Cours

Cercle trigonométrique

Capacités attendues (en gras : démonstrations à connaître)

- Associer nombres réels et points sur le cercle trigonométrique.
- Convertir des degrés en radians et inversement.
- Déterminer le cosinus et le sinus d'un nombre réel ; lien avec le triangle rectangle.
- **Calcul de** $\cos\frac{\pi}{4}$, $\sin\frac{\pi}{4}$, $\cos\frac{\pi}{3}$ **et** $\sin\frac{\pi}{3}$.
- Savoir déterminer le sinus connaissant le cosinus et inversement.
- Par lecture du cercle trigonométrique, déterminer et savoir utiliser les formules des angles associés.
- Résoudre à l'aide du cercle trigonométrique une équation en cosinus ou en sinus.

Prérequis : repère orthonormé, périmètre d'un cercle $P = 2\pi R$, proportionnalité, cosinus et sinus d'un angle aigu dans un triangle rectangle (collège), théorème de Pythagore.

Table des matières

I Repérage d'un point sur le cercle trigonométrique . . . 3
1 Cercle trigonométrique . . . 3
2 Enroulement de la droite numérique sur le cercle . . . 3
3 Le radian . . . 5
II Cosinus et sinus d'un nombre réel . . . 6
1 Coordonnées d'un point du cercle trigonométrique . . . 6
2 Lien avec la trigonométrie du triangle rectangle . . . 8
3 Valeurs remarquables . . . 9
III Angles associés . . . 11
IV Équations en cosinus et en sinus . . . 13
Corrigés des applications . . . 16

I Repérage d'un point sur le cercle trigonométrique

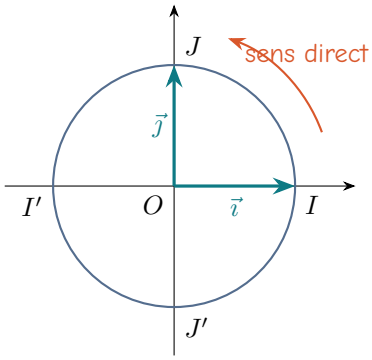
1 Cercle trigonométrique

Définition 1 : sens direct

Sur un cercle, on appelle **sens direct**, sens positif ou sens trigonométrique, le sens **contraire des aiguilles d'une montre**.

Définition 2 : cercle trigonométrique

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ et orienté dans le sens direct, le **cercle trigonométrique** est le cercle de centre O et de rayon 1.

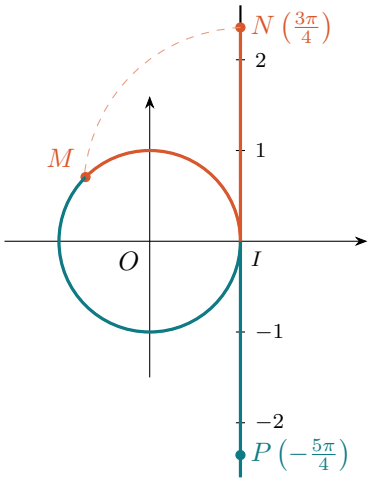


2 Enroulement de la droite numérique sur le cercle

Dans le repère orthonormé $(O\,;\vec{\imath},\vec{\jmath})$, on considère le cercle trigonométrique et la droite tangente au cercle en $I(1\,;0)$, graduée comme l'axe des ordonnées (son origine est I). Si l'on « **enroule** » cette droite autour du cercle, on associe à tout point N d'abscisse x de la droite un **unique** point M du cercle.

Définition 3 : point image

On dit que M est le **point image** du nombre réel x sur le cercle trigonométrique.



Plusieurs points de la droite correspondent au même point du cercle, puisque la droite peut s'enrouler plusieurs fois autour du cercle. Or la longueur du cercle trigonométrique est $P = 2\pi R = 2\pi \times 1 = 2\pi$. D'où :

Propriété 1

Si M est le point image du nombre réel x, alors M est aussi le point image de tous les nombres réels $x + k \times 2\pi$, où $k \in \mathbb{Z}$ (entier relatif).

Exemple

- Les points N et P d'abscisses $\dfrac{3\pi}{4}$ et $-\dfrac{5\pi}{4}$ correspondent tous les deux au point M : en effet $\dfrac{3\pi}{4} - 2\pi = -\dfrac{5\pi}{4}$.
- En enroulant dans l'autre sens et en effectuant deux tours, $\dfrac{3\pi}{4}$ et $\dfrac{19\pi}{4}$ correspondent aussi au point M : $\dfrac{3\pi}{4} + 2 \times 2\pi = \dfrac{19\pi}{4}$.

Méthode : savoir si deux réels ont le même point image

x et y ont le même point image si et seulement si leur différence $x - y$ est un multiple de 2π : $x - y = k \times 2\pi$ avec $k \in \mathbb{Z}$.
Pour placer un grand réel, on lui retire (ou on lui ajoute) des tours complets 2π : par exemple $\dfrac{17\pi}{3} = \dfrac{18\pi}{3} - \dfrac{\pi}{3} = 3 \times 2\pi - \dfrac{\pi}{3}$, donc $\dfrac{17\pi}{3}$ a le même point image que $-\dfrac{\pi}{3}$.

Application 1

1. Placer sur le cercle trigonométrique les points A, B, C, D images des réels $\dfrac{\pi}{2}$, $-\pi$, $\dfrac{3\pi}{4}$ et $-\dfrac{\pi}{6}$.
2. Donner deux autres réels dont le point image est A.

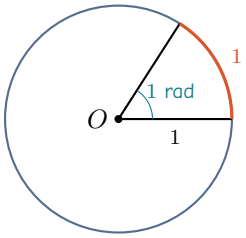
3 Montrer que les réels $\frac{25\pi}{6}$ et $\frac{\pi}{6}$ ont le même point image. Même question avec $-\frac{11\pi}{4}$ et $\frac{5\pi}{4}$.

Ma réponse :

3 Le radian

Définition 4 : radian

Soit $\mathcal{C}$ un cercle de centre O et de rayon 1. On appelle **radian**, noté rad, la mesure de l'angle au centre qui intercepte un arc de longueur 1 du cercle.



Propriété 2

La mesure d'un angle en radians est **proportionnelle** à sa mesure en degrés : un tour complet mesure 2π radians, soit $360°$. Ainsi π rad $= 180°$, et :

$$\text{mesure en radians} = \text{mesure en degrés} \times \frac{\pi}{180}$$
$$\text{mesure en degrés} = \text{mesure en radians} \times \frac{180}{\pi}.$$

Mesure en degrés	0	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$	$180°$	$360°$
Mesure en radians	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	2π

Remarque

Faire attention au paramétrage de la calculatrice : mode **radians** ou mode **degrés**.

Exemple

$120° = 120 \times \frac{\pi}{180} = \frac{2\pi}{3}$ et $\frac{5\pi}{6} = \frac{5\pi}{6} \times \frac{180}{\pi} = 150°$.

Application 2

1. Convertir en radians : $150°$; $20°$; $225°$.
2. Convertir en degrés : $\frac{5\pi}{4}$; $\frac{7\pi}{10}$; $\frac{\pi}{12}$.

Ma réponse :

II Cosinus et sinus d'un nombre réel

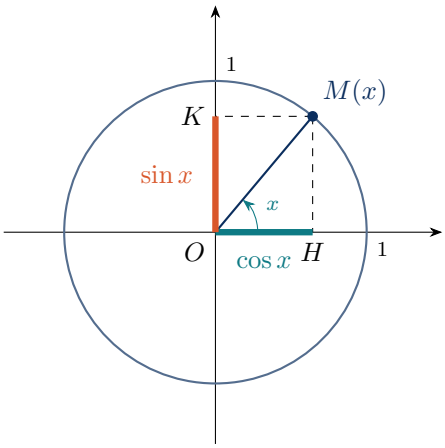
1 Coordonnées d'un point du cercle trigonométrique

Définition 5 : cosinus et sinus

Si M est le point image du nombre réel x sur le cercle trigonométrique, alors dans le repère orthonormé $(O\,;\vec{i},\vec{j})$:

- le **cosinus** du réel x est l'**abscisse** de M ; on le note $\cos x$;
- le **sinus** du réel x est l'**ordonnée** de M ; on le note $\sin x$.

Ainsi : $M(\cos x\,;\sin x)$.



Propriété 3

Pour tout nombre réel x et pour tout entier relatif k :

$$1)\ -1 \leqslant \cos x \leqslant 1 \qquad 2)\ -1 \leqslant \sin x \leqslant 1 \qquad 3)\ \cos^2 x + \sin^2 x = 1$$

$$4)\ \cos(x + 2k\pi) = \cos x \qquad 5)\ \sin(x + 2k\pi) = \sin x$$

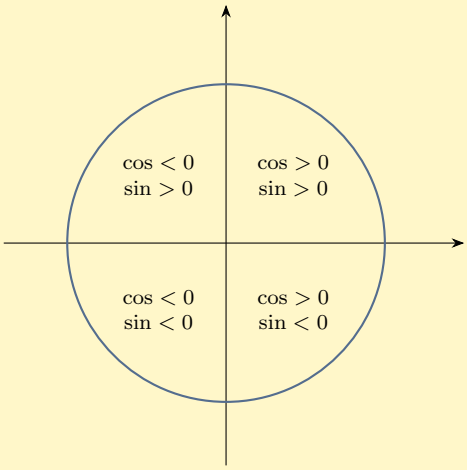
Démonstration

Ce sont des conséquences de la définition.

- 1) et 2) : M est sur le cercle de centre O et de rayon 1, donc ses coordonnées sont comprises entre -1 et 1.
- 3) : $OM = 1$ et, dans le repère orthonormé, $OM^2 = (\cos x)^2 + (\sin x)^2$ (Pythagore), donc $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$.
- 4) et 5) : x et $x + 2k\pi$ ont le même point image M, donc les mêmes coordonnées. □

Remarque

$\cos^2 x$ signifie $(\cos x)^2$. Le signe de $\cos x$ et de $\sin x$ se lit sur le cercle selon le quart de cercle où se trouve M :



Méthode : déterminer le sinus connaissant le cosinus (et inversement)

1. Utiliser $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$: $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$.
2. On obtient deux valeurs possibles : $\sin x = \sqrt{1 - \cos^2 x}$ ou $\sin x = -\sqrt{1 - \cos^2 x}$.
3. Choisir le **signe** grâce à l'intervalle auquel appartient x (lecture sur le cercle).

Exemple

Soit $x \in \left[\frac{\pi}{2} ; \pi\right]$ tel que $\sin x = \frac{4}{5}$. Alors $\cos^2 x = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25}$. Comme $x \in \left[\frac{\pi}{2} ; \pi\right]$, le point image est dans le quart en haut à gauche, donc $\cos x \leqslant 0$: $\cos x = -\frac{3}{5}$.

Application 3

Soit $x \in \left]-\frac{\pi}{2} ; 0\right[$ tel que $\cos x = 0{,}6$. Calculer la valeur exacte de $\sin x$.

Ma réponse :

2 Lien avec la trigonométrie du triangle rectangle

Lorsque l'angle $\widehat{IOM}$ est aigu, dans le triangle OHM rectangle en H, d'hypoténuse $OM = 1$ (voir la figure précédente) :

$$\cos \widehat{IOM} = \cos \widehat{HOM} = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}} = \frac{OH}{OM} = \frac{OH}{1} = OH = \cos x$$

$$\sin \widehat{IOM} = \sin \widehat{HOM} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}} = \frac{HM}{OM} = \frac{HM}{1} = HM = \sin x$$

Propriété 4

Les définitions du cosinus et du sinus d'un réel données dans ce chapitre sont **cohérentes** avec les définitions du cosinus et du sinus d'un angle aigu dans un triangle rectangle vues au collège.

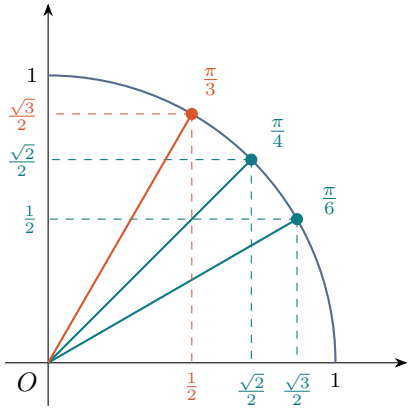
Exemple

Dans un triangle ABC rectangle en A avec $BC = 8$ et $\widehat{ABC} = \dfrac{\pi}{6}$ $(= 30°)$: $AC = BC \times \sin\dfrac{\pi}{6} = 8 \times \dfrac{1}{2} = 4$ et $AB = BC \times \cos\dfrac{\pi}{6} = 8 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$.

3 Valeurs remarquables

Propriété 5 : valeurs remarquables à connaître

x	0	$\dfrac{\pi}{6}$	$\dfrac{\pi}{4}$	$\dfrac{\pi}{3}$	$\dfrac{\pi}{2}$	π
$\cos x$	1	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$	$\dfrac{1}{2}$	0	-1
$\sin x$	0	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	1	0



Démonstration

Calcul de $\cos\dfrac{\pi}{3}$ et $\sin\dfrac{\pi}{3}$. En notant M le point du cercle associé à $\dfrac{\pi}{3}$, l'angle $\widehat{IOM}$ mesure $60°$ et $OI = OM = 1$. Le triangle OIM est isocèle en O avec un angle de $60°$: il est donc **équilatéral**. La hauteur (MH) est donc aussi une médiane du triangle OIM : H est le milieu de $[OI]$. On en déduit que

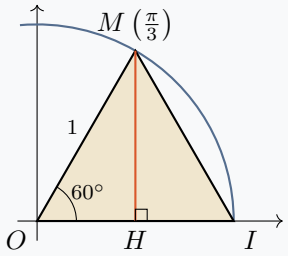
$$\cos\frac{\pi}{3} = x_M = OH = \frac{1}{2}.$$

Puis, en utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle OHM rectangle en H :

$$OH^2 + HM^2 = OM^2 \iff \left(\frac{1}{2}\right)^2 + HM^2 = 1^2 \iff HM^2 = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$\iff HM = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (\text{car } HM > 0).$$

Et donc $\sin\dfrac{\pi}{3} = y_M = HM = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$. □



À toi !

Calcul de $\cos\frac{\pi}{4}$ et $\sin\frac{\pi}{4}$. Soit M le point du cercle associé à $\frac{\pi}{4}$ et H son projeté orthogonal sur (OI). Que peut-on dire du triangle OHM ? En déduire, avec le théorème de Pythagore, $\cos\frac{\pi}{4}$ et $\sin\frac{\pi}{4}$.

Ma réponse :

Démonstration

Soit M le point associé à $\frac{\pi}{4}$ et H son projeté orthogonal sur (OI). Le triangle OHM est rectangle en H et $\widehat{HOM} = 45°$, donc $\widehat{HMO} = 180° - 90° - 45° = 45°$: le triangle OHM est **rectangle isocèle** en H, d'où $OH = HM$. Par le théorème de Pythagore :

$$OH^2 + HM^2 = OM^2 \iff 2\,OH^2 = 1 \iff OH^2 = \frac{1}{2} \iff OH = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ (car } OH > 0).$$

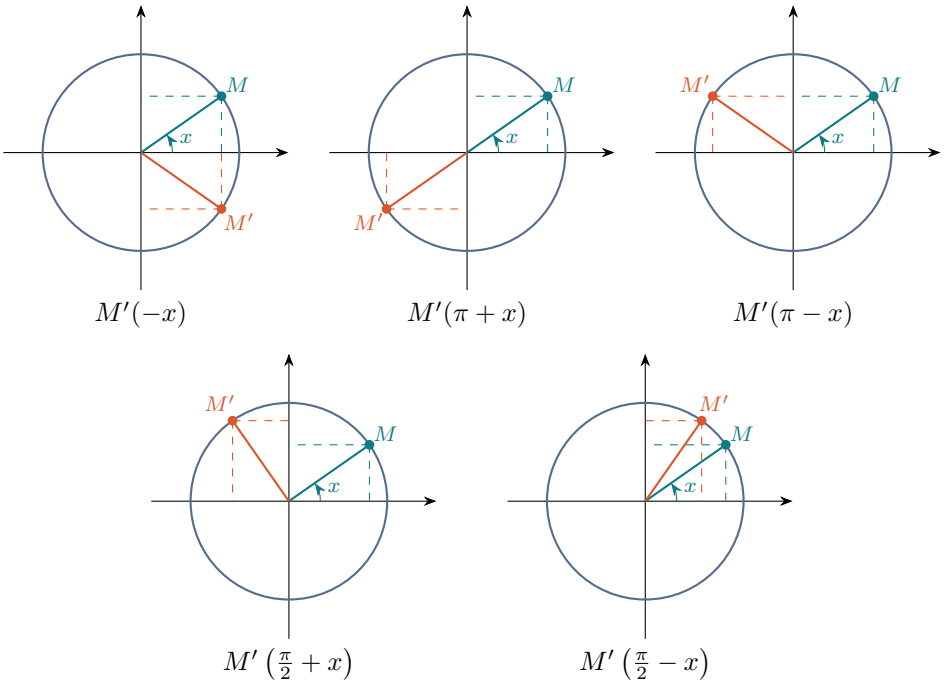
Donc $\cos\frac{\pi}{4} = OH = \frac{\sqrt{2}}{2}$ et $\sin\frac{\pi}{4} = HM = \frac{\sqrt{2}}{2}$. □

Remarque

Les valeurs pour $\frac{\pi}{6}$ s'obtiennent par symétrie par rapport à la droite d'équation $y = x$: $\cos\frac{\pi}{6} = \sin\frac{\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ et $\sin\frac{\pi}{6} = \cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$ (voir aussi la formule $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$ de la partie III).

III Angles associés

Par lecture du cercle trigonométrique, on peut déterminer, à partir de $\cos x$ et $\sin x$, le cosinus et le sinus des réels **associés** à x : $-x$, $\pi + x$, $\pi - x$, $\frac{\pi}{2} + x$ et $\frac{\pi}{2} - x$. Sur chaque figure, M est l'image de x et M' celle du réel associé.



Propriété 6 : angles associés

Pour tout réel x :

Réel	Symétrie	Formules	
$-x$	axe des abscisses	$\cos(-x) = \cos x$	$\sin(-x) = -\sin x$
$\pi + x$	centre O	$\cos(\pi + x) = -\cos x$	$\sin(\pi + x) = -\sin x$
$\pi - x$	axe des ordonnées	$\cos(\pi - x) = -\cos x$	$\sin(\pi - x) = \sin x$
$\frac{\pi}{2} - x$	droite $y = x$	$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$	$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$
$\frac{\pi}{2} + x$	quart de tour direct	$\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin x$	$\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x$

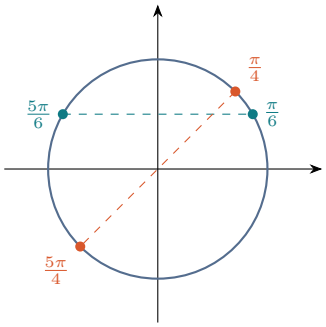
Méthode : calculer un cosinus ou un sinus à l'aide d'un angle associé

1. Écrire le réel sous la forme $\pi - \alpha$, $\pi + \alpha$, $-\alpha$, $\frac{\pi}{2} \pm \alpha$ ou $\alpha + 2k\pi$, avec α une valeur remarquable.
2. Appliquer la formule correspondante (ou lire sur le cercle la symétrie), puis le tableau des valeurs remarquables.

Exemple

a) Sur le cercle, l'image de $\frac{5\pi}{6}$ a la même ordonnée que l'image de $\frac{\pi}{6}$, d'où :

$$\sin\frac{5\pi}{6} = \sin\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) = \sin\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}.$$



b) L'image de $\frac{5\pi}{4}$ est diamétralement opposée à celle de $\frac{\pi}{4}$. Ainsi :

$$\cos\frac{5\pi}{4} = \cos\left(\pi + \frac{\pi}{4}\right) = -\cos\frac{\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}.$$

Application 4

Déterminer la valeur exacte de :

$$\cos\frac{2\pi}{3} \; ; \quad \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right) \; ; \quad \cos\frac{7\pi}{6} \; ; \quad \sin\frac{5\pi}{3} \; ; \quad \cos\frac{3\pi}{4} \; ; \quad \sin\frac{13\pi}{6}.$$

Ma réponse :

Application 5

Simplifier, pour tout réel x, les expressions :

$$A(x) = \cos(\pi - x) + \cos(-x) + \sin(\pi + x) + \sin(\pi - x) \qquad B(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right).$$

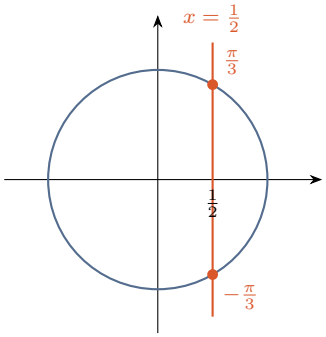
Ma réponse :

IV Équations en cosinus et en sinus

Exemple : résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\cos x = \frac{1}{2}$

Par lecture sur le cercle trigonométrique, il y a deux points ayant pour abscisse $\frac{1}{2}$: ce sont les points associés aux réels $\frac{\pi}{3}$ et $-\frac{\pi}{3}$.
Comme l'ajout à un réel de $k \times 2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) ne change pas son image sur le cercle, l'ensemble des solutions est :

$$S = \left\{ \frac{\pi}{3} + k \times 2\pi \ ; \ -\frac{\pi}{3} + k \times 2\pi \ , \ k \in \mathbb{Z} \right\}.$$



Propriété 7

Soit a un réel.

- $\cos x = \cos a \iff x = a + 2k\pi$ ou $x = -a + 2k\pi$, avec $k \in \mathbb{Z}$ (symétrie par rapport à l'axe des abscisses) ;
- $\sin x = \sin a \iff x = a + 2k\pi$ ou $x = \pi - a + 2k\pi$, avec $k \in \mathbb{Z}$ (symétrie par rapport à l'axe des ordonnées).

Méthode : résoudre $\cos x = c$ ou $\sin x = c$ sur un intervalle

1. Isoler $\cos x$ (ou $\sin x$). Si $c > 1$ ou $c < -1$: pas de solution.
2. Reconnaître une valeur remarquable : trouver un réel a tel que $\cos a = c$ (ou $\sin a = c$).
3. Tracer la droite verticale $x = c$ (pour le cosinus) ou horizontale $y = c$ (pour le sinus) : elle coupe le cercle en deux points (ou un seul).
4. Écrire toutes les solutions $\ldots + 2k\pi$, puis ne garder que celles de l'intervalle demandé en donnant des valeurs à k.

Exemple : résoudre dans $]-\pi\,;3\pi]$ l'équation $2\cos x+\sqrt{3}=0$

$2\cos x+\sqrt{3}=0 \iff \cos x=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\cos\dfrac{5\pi}{6}$. Les solutions dans $\mathbb{R}$ sont $\dfrac{5\pi}{6}+2k\pi$ et $-\dfrac{5\pi}{6}+2k\pi$.

Dans $]-\pi\,;3\pi]$: $\dfrac{5\pi}{6}$, $\dfrac{5\pi}{6}+2\pi=\dfrac{17\pi}{6}$, $-\dfrac{5\pi}{6}$ et $-\dfrac{5\pi}{6}+2\pi=\dfrac{7\pi}{6}$.

$$S=\left\{-\frac{5\pi}{6}\;;\;\frac{5\pi}{6}\;;\;\frac{7\pi}{6}\;;\;\frac{17\pi}{6}\right\}.$$

Application 6

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\sin x=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.
2. Résoudre dans $]-\pi\,;\pi]$ l'équation $\cos x=-\dfrac{1}{2}$.
3. Résoudre dans $[0\,;2\pi[$ l'équation $2\sin x+1=0$.

Ma réponse :

À retenir

L'essentiel du chapitre

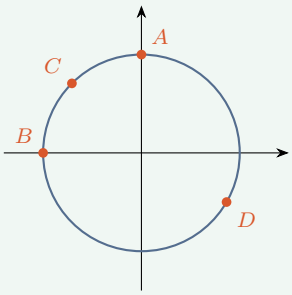
- x et $x+2k\pi$ $(k\in\mathbb{Z})$ ont le même point image ; π rad $=180°$.
- $M(x)=(\cos x\,;\sin x)$; $-1\leqslant\cos x\leqslant 1$, $-1\leqslant\sin x\leqslant 1$, $\cos^2 x+\sin^2 x=1$.
- Valeurs remarquables : $\cos\frac{\pi}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos\frac{\pi}{3}=\frac{1}{2}$; $\sin\frac{\pi}{6}=\frac{1}{2}$, $\sin\frac{\pi}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\sin\frac{\pi}{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.
- Angles associés : se lisent par symétrie sur le cercle.

- $\cos x = \cos a \iff x = \pm a + 2k\pi$; $\sin x = \sin a \iff x = a + 2k\pi$ ou $x = \pi - a + 2k\pi$.

Corrigés des applications

Corrigé de l'application 1

1 A est le point $J(0\,;1)$; B est le point $I'(-1\,;0)$; C est au milieu de l'arc $\overset{\frown}{JI'}$ (sur la bissectrice du deuxième quart) ; D est dans le quart en bas à droite, au tiers de l'arc $\overset{\frown}{IJ'}$ en partant de I.



2 Par exemple $\dfrac{\pi}{2}+2\pi=\dfrac{5\pi}{2}$ et $\dfrac{\pi}{2}-2\pi=-\dfrac{3\pi}{2}$.

3 $\dfrac{25\pi}{6}-\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{24\pi}{6}=4\pi=2\times 2\pi$: même point image. $\dfrac{5\pi}{4}-\left(-\dfrac{11\pi}{4}\right)=\dfrac{16\pi}{4}=4\pi=2\times 2\pi$: même point image.

Corrigé de l'application 2

1 $150°=150\times\dfrac{\pi}{180}=\dfrac{5\pi}{6}$; $20°=\dfrac{20\pi}{180}=\dfrac{\pi}{9}$; $225°=\dfrac{225\pi}{180}=\dfrac{5\pi}{4}$.

2 $\dfrac{5\pi}{4}=\dfrac{5}{4}\times 180°=225°$; $\dfrac{7\pi}{10}=\dfrac{7}{10}\times 180°=126°$; $\dfrac{\pi}{12}=\dfrac{180°}{12}=15°$.

Corrigé de l'application 3

$\sin^2 x=1-\cos^2 x=1-0{,}36=0{,}64$, donc $\sin x=0{,}8$ ou $\sin x=-0{,}8$.
Comme $x\in\left]-\dfrac{\pi}{2}\,;0\right[$, le point image est dans le quart en bas à droite : $\sin x<0$. Donc $\sin x=-0{,}8$.

Corrigé de l'application 4

- $\cos\dfrac{2\pi}{3}=\cos\left(\pi-\dfrac{\pi}{3}\right)=-\cos\dfrac{\pi}{3}=-\dfrac{1}{2}$;
- $\sin\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)=-\sin\dfrac{\pi}{4}=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$;
- $\cos\dfrac{7\pi}{6}=\cos\left(\pi+\dfrac{\pi}{6}\right)=-\cos\dfrac{\pi}{6}=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$;
- $\sin\dfrac{5\pi}{3}=\sin\left(2\pi-\dfrac{\pi}{3}\right)=\sin\left(-\dfrac{\pi}{3}\right)=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$;

- $\cos\dfrac{3\pi}{4} = \cos\left(\pi - \dfrac{\pi}{4}\right) = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$;
- $\sin\dfrac{13\pi}{6} = \sin\left(\dfrac{\pi}{6} + 2\pi\right) = \sin\dfrac{\pi}{6} = \dfrac{1}{2}$.

Corrigé de l'application 5

$A(x) = -\cos x + \cos x - \sin x + \sin x = 0.$ $\quad B(x) = \cos x - (-\sin x) = \cos x + \sin x.$

Corrigé de l'application 6

1. $\sin x = \sin\dfrac{\pi}{4} \iff x = \dfrac{\pi}{4} + 2k\pi$ ou $x = \pi - \dfrac{\pi}{4} + 2k\pi = \dfrac{3\pi}{4} + 2k\pi$ $(k \in \mathbb{Z})$.
2. $\cos x = -\dfrac{1}{2} = \cos\dfrac{2\pi}{3} \iff x = \pm\dfrac{2\pi}{3} + 2k\pi$. Dans $]-\pi\,;\pi]$: $S = \left\{-\dfrac{2\pi}{3}\ ;\ \dfrac{2\pi}{3}\right\}$.
3. $2\sin x + 1 = 0 \iff \sin x = -\dfrac{1}{2} = \sin\left(-\dfrac{\pi}{6}\right) \iff x = -\dfrac{\pi}{6} + 2k\pi$ ou $x = \pi + \dfrac{\pi}{6} + 2k\pi = \dfrac{7\pi}{6} + 2k\pi$.

   Dans $[0\,;2\pi[$: $-\dfrac{\pi}{6} + 2\pi = \dfrac{11\pi}{6}$ et $\dfrac{7\pi}{6}$, donc $S = \left\{\dfrac{7\pi}{6}\ ;\ \dfrac{11\pi}{6}\right\}$.