**Prof :** BOUYGUIR Taher

**Classe : TCLSHF**

# *Généralité sur les fonctions numériques*

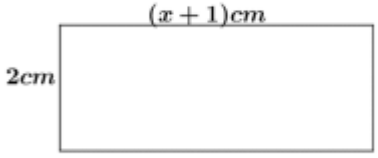
**Année scolaire : 2023/2024**

| *Le contenu* | *Remarques* |
|---|---|

## *I. Généralités :*

### *Activité ① :*

Considérons un rectangle de longueur$(x-3)cm$ et de largeur $2cm$ tel que $x$ un réel supérieur à 3.




On désigne par $f(x)$ la surface de ce rectangle.

**1)** Déterminer l'expression de $f(x)$.

**2)** Déterminer la surface de ce triangle si $x=4$ et si $x=5$ .

**3)** Déterminer les valeurs possibles de $x$ si $f(x)=12$ puis si $f(x)=20$.

### *Définition :*

Une fonction numérique $f$ d'une variable réelle $x$ est une relation qui à un nombre réel $x$ associe un unique nombre réel $y$ noté $f(x)$. On écrit alors : $f(x)=$ y.

### *Notation :*

- L'image d'un nombre $x$ par la fonction $f$est ***unique*** et se note $f(x)$.
- Si $y$ et l'image de $x$, on a l'égalité $f(x)=y$ et $x$ est appelé un ***antécédent*** de $y$ par la fonction $f$.
- La notation suivante se rencontre également

$$f: x \mapsto f(x)$$

### *Application ① :*

Soit $f$ la fonction définie par : $f(x)=2x+3$.

**1)** Calculer l'image des nombres suivants : $0$ ،$2$ et $-2$.

**2)** Déterminer les antécédents de $5$ ،$9$ et $-3$.

## *II. Ensemble de définition d'une fonction numérique :*

### *Activité ② :*

Considérons $f$ la fonction définie par : $f(x)=\frac{1}{x}$.

Déterminer les images, si possible, des nombres $1$ ; $-2$ et $0$ par la fonction $f$.

### *Définition :*

L'ensemble de définition d'une fonction $f$, noté souvent $D_f$, est l'ensemble des valeurs de la variable $x$ pour lesquelles $f(x)$ est calculable.

### *Application ② :*

**1)** a- Résoudre dans $\Upsilon$l'equation $3x+9=0$.

b-Déterminer l'ensemble de définition de la fonction: $f: x \mapsto \frac{x-1}{3x+9}$

**2)** a- Résoudre dans $\Upsilon$l'equation $x^2-5x+6=0$

b-Déterminer l'ensemble de définition de la fonction: $g: x \mapsto \frac{2x}{x^2-5x+6}$ .

## III. Représentation graphique d'une fonction numérique :

### ✍ Activité ② :

Considérons la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par :
$f(x) = 2x + 1$

**1)** Remplir le tableau suivant :

| $x$ | $-1$ | $2$ |
|---|---|---|
| $f(x)$ | | |

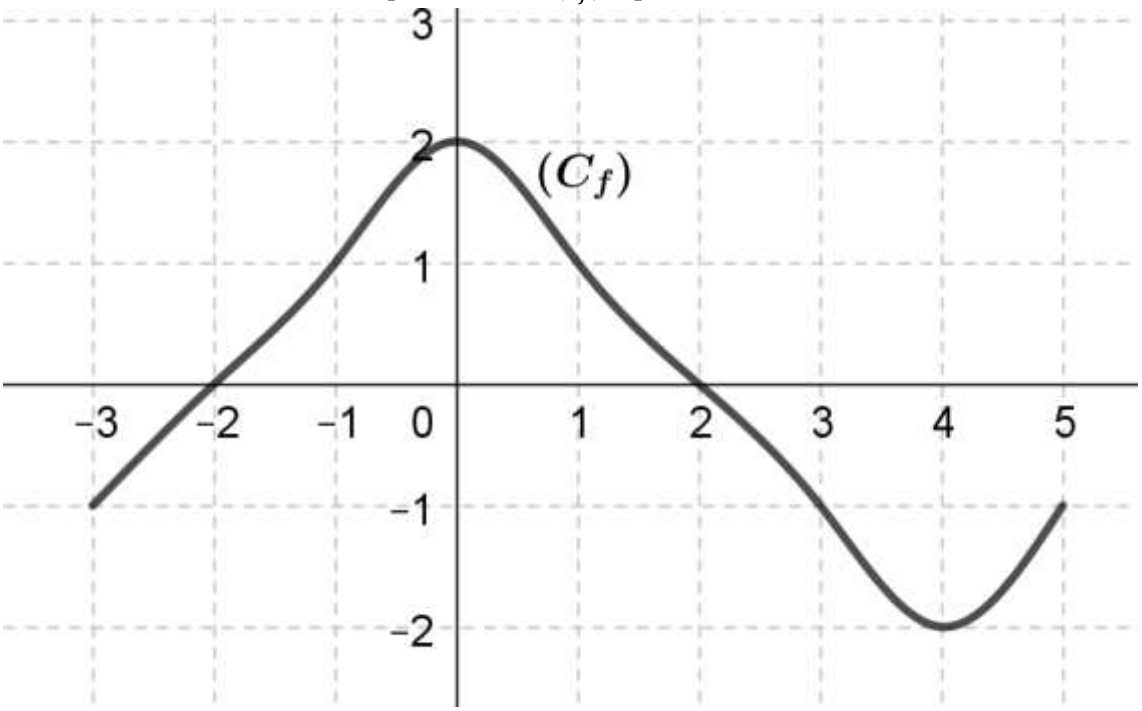
**2)** Représenter graphiquement la fonction $f$ dans un repère orthonormé.

### Définition :

Dans un repère du plan, ***la courbe représentative*** de la fonction $f$, noté souvent $(C_f)$, est l'ensemble des points $M(x; f(x))$ où $x$ parcourt le domaine de définition $D_f$ de la fonction $f$.

### ✍ Application ③ :

Considérons $f$ la fonction définie par sa courbe $(C_f)$ représentée ci-dessous :




**1)** Déterminer l'ensemble de définition de $f$.

**2)** Remplir le tableau suivant :

| $x$ | $-3$ | $-2$ | $-1$ | $0$ | $2$ | $5$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | | | | | | |

**3)** Déterminer les antécédents par $f$ des nombres suivants : $0$ ; $-1$ ; $1$ et $2$.

### ✍ Application ④ :

Considérons $f$ la fonction définie par $f(x) = x^2 + 1$.

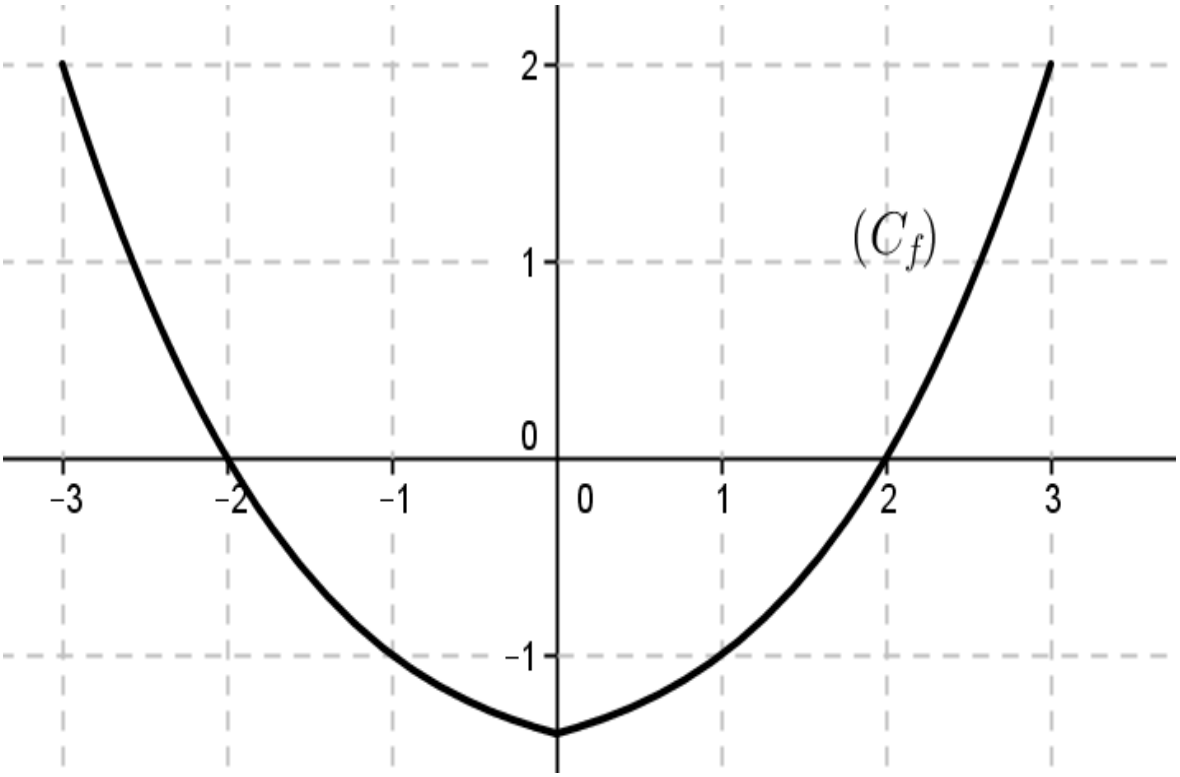
Parmi les points $A(1; 2)$ ; $B(-1; 2)$ ; $C(0; 3)$ et $D(2; 5)$ déterminer ceux appartiennent à la courbe $(C_f)$. Justifier vos réponses.

## *IV. Parité d'une fonction numérique :*

### *1. Fonction paire :*

**✍ *Activité ④ :***

Considérons $f$ la fonction définie par sa courbe $(C_f)$ représentée ci-dessous :




**1)** Déterminer l'ensemble de définition de $f$.

**2)** Comparer $f(-2)$ $et$ $f(2)$ puis $f(-3)$ $et$ $f(3)$.

**3)** Soit $x \in D_f$, comparer $f(-x)$ $et$ $f(x)$.

**4)** Quelle est la propriété géométrique vérifiée par $(C_f)$ ?

**✎✎ *Définition :***

Soit $f$ une fonction numérique définie sur $D_f$.

On dit que $f$ est ***paire*** si les deux conditions suivantes sont vérifiées :

- $-x \in D_f$ Pour tout $x$ de $D_f$.
- $f(-x) = f(x)$ Pour tout $x$ de $D_f$.

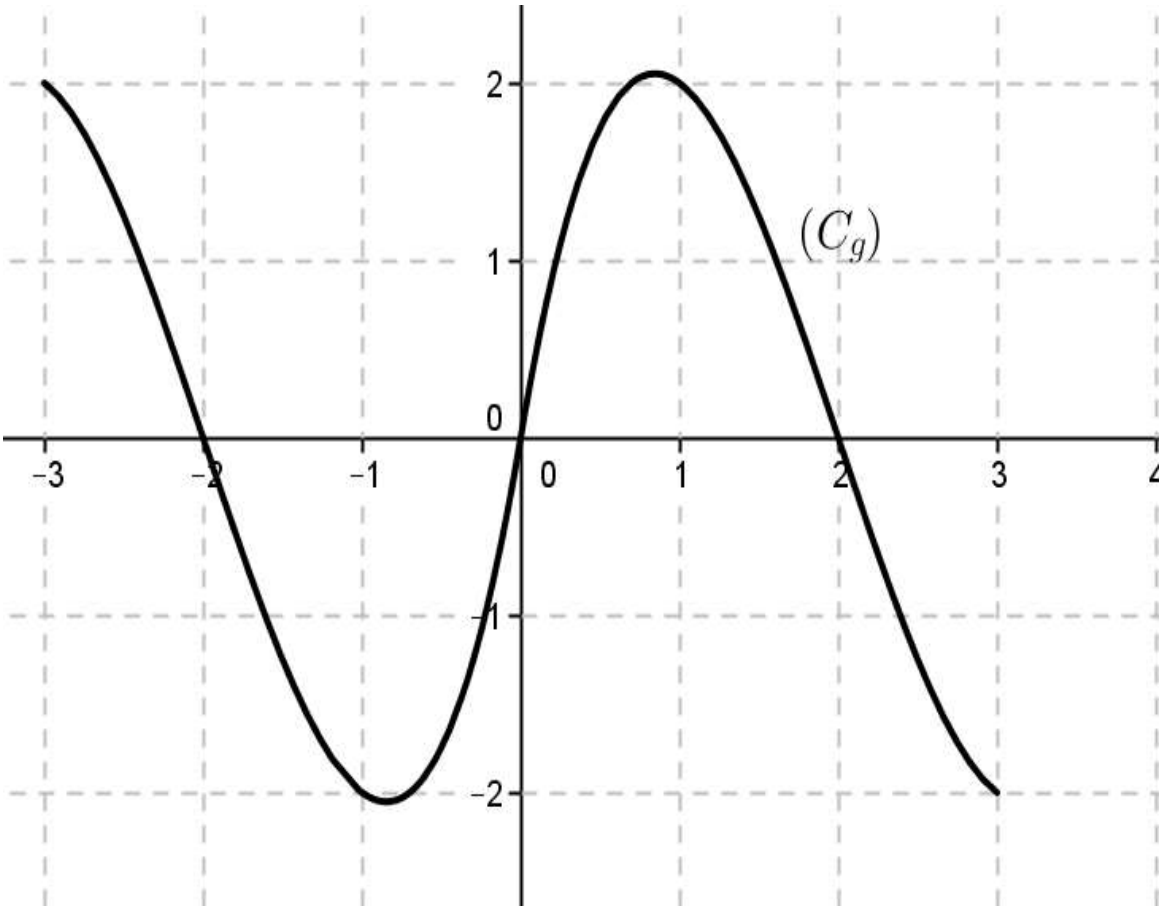
**O *Remarque :***

$f$ est paire si et seulement si sa courbe est symétrique par rapport à **l'axe des ordonnées.**

### 2. *Fonction impaire :*

✍ ***Activité ⑤ :***

Considérons $f$ la fonction définie par sa courbe $(C_f)$ représentée ci-dessous :




**1)** Déterminer l'ensemble de définition de $f$.

**2)** Comparer $f(-3)\ et\ f(3)$ puis $f(-1)\ et\ f(1)$.

**3)** Soit $x \in D_f$, comparer $f(-x)\ et\ f(x)$.

**4)** Quelle est la propriété géométrique vérifiée par $(C_f)$ ?

✍✍ ***Définition :***

Soit $f$ une fonction numérique définie sur $D_f$.

On dit que $f$ est ***impaire*** si les deux conditions suivantes sont vérifiées :

- $-x \in D_f$ pour tout $x$ de $D_f$.
- $f(-x) = -f(x)$ pour tout $x$ de $D_f$.

***O Remarque :***

$f$ est impaire si et seulement si sa courbe est symétrique par rapport à **l'origine du repère.**

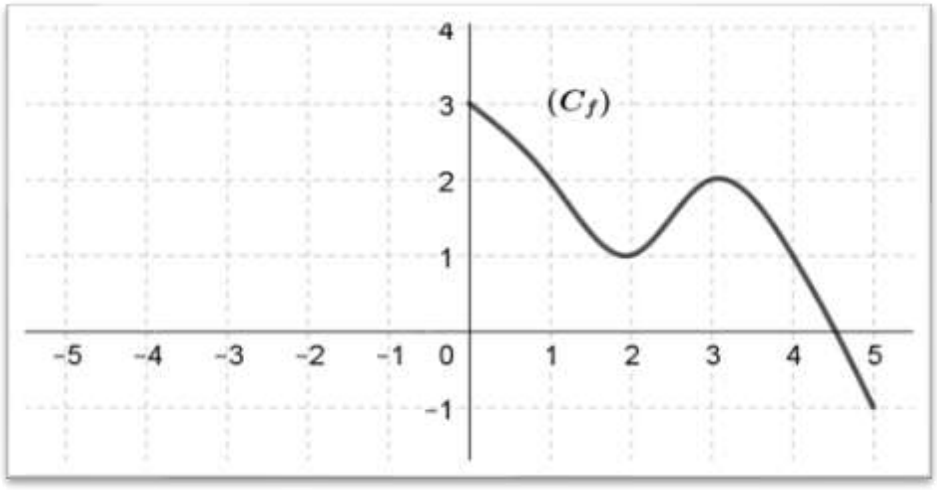
✍ ***Application ⑤ :***

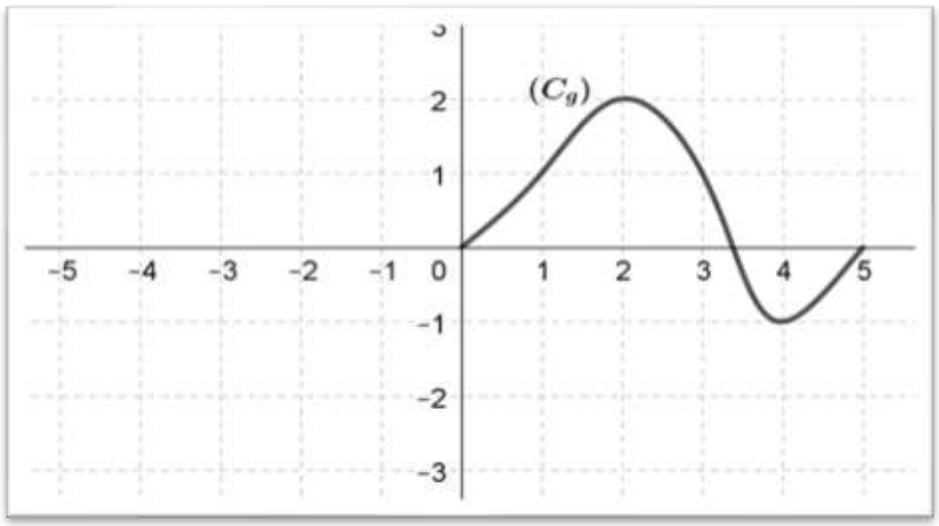
Etudier la parité de fonctions suivantes :

$$f(x) = \frac{3x^2+5}{x^2+1} \text{ ; } f(x) = 2x^5 - 3x \text{ ; } f(x) = 3x + 4$$

***Application ⑥ :***

Considérons $f$ et $g$ les fonctions définies sur $[-5;5]$ par ses courbes respectives $(C_f)$ et $(C_g)$ représentées ci-dessous :



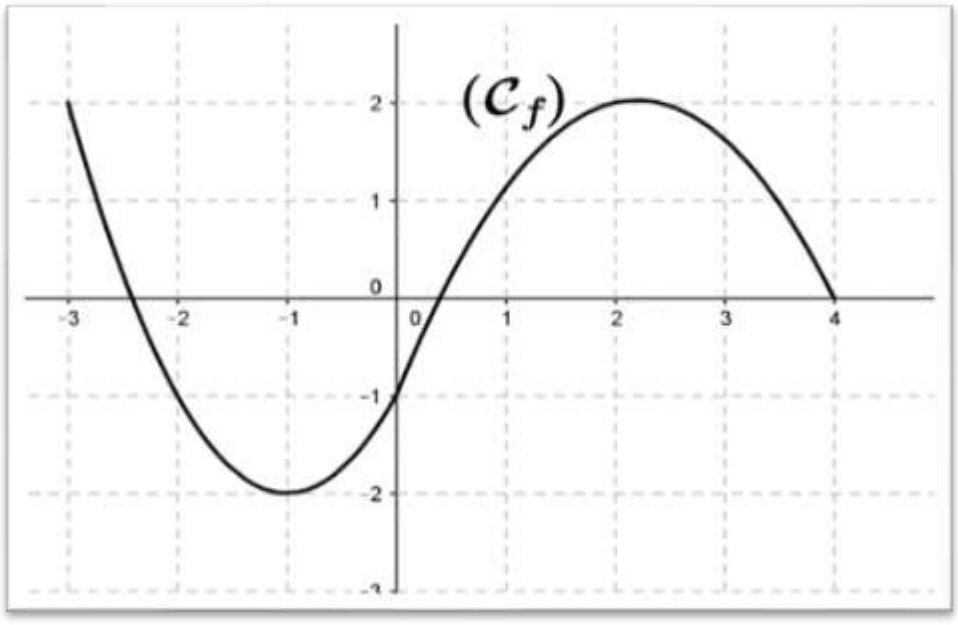




**1)** Compléter$(C_f)$ sachant que $f$est paire et $(C_g)$ sachant que $g$est impaire.

## *V. Variation d'une fonction numérique :*

***✍ Activité ⑥ :***

Considérons $f$ la fonction définie par sa courbe représentée ci-dessous :



**1)** Compléter le tableau suivant :

| $x$ | $-3$ | | $-1$ | | $2$ | | $4$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | $0$ | ↘ | | ↘ | $-2$ | | |

**2)** Déterminer la valeur maximale et la valeur minimale de $f$ sur $[-3; 4]$.

***Définition :***

Soient $f$ une fonction et $I$ un intervalle inclus dans son ensemble de définition. On dit que :

- $f$ est ***strictement croissante*** sur $I$ si pour tous réels $a$ et $b$ de $I$ tels que $a \leq b$ , on a : $f(a) < f(b)$.
- $f$ est ***strictement décroissante*** sur $I$ si pour tous réels $a$ et $b$ de $I$ tels que $a \leq b$ , on a : $f(a) > f(b)$.

***Application ② :***

Dresser le tableau des variations de la fonction $f$ représentée par sa courbe ci-dessous :

