| Le contenu | Remarques |
|---|---|

# I. Suites références de limite $+\infty$

## Propriété

*Les suites* $(n)$ , $(n^2)$ , $(n^3)$ *et* $(n^p)$ *tel que* $p \geq 4$ *tend vers* $+\infty$ *quand* $n$ *tend vers* $+\infty$ .
*Et on écrit* $\lim\limits_{n\to+\infty} n = +\infty$ ; $\lim\limits_{n\to+\infty} n^2 = +\infty$ ; $\lim\limits_{n\to+\infty} n^3 = +\infty$ ; $\lim\limits_{n\to+\infty} n^p = +\infty$

## Remarque :

Si $(U_n)$ est une suite de référence sa limite est $+\infty$ et k un nombre réel non nul alors :

- $\lim\limits_{n\to+\infty} kU_n = +\infty$ **Si** $k > 0$ .
- $\lim\limits_{n\to+\infty} kU_n = -\infty$ **Si** $k < 0$ .

## Application :

Calculer la limite de la suite $(U_n)$ dans chacun des cas suivants :

| | | | |
|---|---|---|---|
| $U_n = 5\sqrt{n}$ | $U_n = 3n^7$ | $U_n = -6n^4$ | $U_n = \frac{-4}{5}\sqrt{n}$ |

## Remarque :

La limite de la suite de la forme $U_n = P(n)$ tel que P est un polynôme est la limite de son monôme de plus grand exposant.

## Exemples :

Calculer la limite de la suite $(U_n)$ dans chacun des cas suivants :

$U_n = 3n^2 - 13n + 1$ ; $U_n = -7n^3 + n - 3$ ; $U_n = \frac{-n^3+n-3}{4n^3+n+12}$ .

## Application :

Déterminer la limite de la suite $(U_n)$ dans chacun des cas suivants :

| | | |
|---|---|---|
| $U_n = 2 - 6\sqrt{n}$ | $U_n = -5n^3 + 2n - 6$ | $U_n = 3n^2 - 4n + 5$ |
| $U_n = \frac{-3n^5 + 11n^2 - 4}{5n^2 + n - 8}$ | $U_n = \frac{2n^3 - 5n^2 + 7}{3n^2 + 2n - 1}$ | |

# II. Suites références de limite est 0 .

## Propriétés

Les suites $\left(\frac{1}{n}\right)$ , $\left(\frac{1}{n^2}\right)$ , $\left(\frac{1}{n^3}\right)$ et $\left(\frac{1}{n^p}\right)$ tel que $p \geq 4$ tend vers 0 quand n tend vers $+\infty$ .
La suite $\left(\frac{1}{\sqrt{n}}\right)$ tend vers 0 quand n tend vers $+\infty$ .
On écrit : $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{n} = 0$ ; $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{n^2} = 0$ ; $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{n^3} = 0$ ; $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{n^p} = 0$ $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0$.

## Exemples :

Calculer la limite de la suite $(U_n)$ dans chacun des cas suivants :

| | | |
|---|---|---|
| $U_n = 3 - \frac{1}{n^2}$ | $U_n = \frac{1}{\sqrt{n}} + \frac{3}{n^3} + 5$ | $U_n = \frac{n^3+5n-3}{3n^7+n+12}$ . |

## Application :

Déterminer la limite de la suite $(U_n)$ dans chacun des cas suivants :

$U_n = \frac{4n^2-2n+7}{3n^3}$ ; $U_n = \frac{2}{\sqrt{n}} - \frac{5}{n^2} - 1$ ; $U_n = -3 + \frac{1}{\sqrt{n}}$ ; $U_n = 6 + \frac{7}{n^2}$ .

## III. Limite de la suite $(a^n)$ tel que a est un réel

### Propriétés

Soit a un nombre réel :

- Si $a > 1$ alors $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n = +\infty$ .
- Si $a = 1$ alors $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n = 1$ .
- Si $0 < a < 1$ alors $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n = 0$ .
- Si $a \leq -1$ alors la suite $(a^n)$ n'admet pas une limite .

### Application :

Déterminer la limite de la suite $(U_n)$ dans chacun des cas suivants :

| | | | |
|---|---|---|---|
| $U_n = 3^n + \left(-\frac{3}{4}\right)^n$ | $U_n = \frac{5^n}{4^n}$ | $U_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$ | $U_n = 2^n$ |
| | $U_n = \frac{2^n}{5^{n-1}}$ | $U_n = \frac{5^n + 4^n}{5^n}$ | $U_n = (-3)^n$ |

## IV. Les opérations sur les limites :

### Propriétés

Soient $(U_n)$ et $(V_n)$ deux suites numériques, et soient l et l′ deux nombres réels, on a :

1. **La somme et le produit .**

| $\lim U_n$ | $\lim V_n$ | $\lim(U_n + V_n)$ | $\lim(U_n \times V_n)$ |
|---|---|---|---|
| l | l′ | $l + l'$ | $l \times l'$ |
| $+\infty$ | $l > 0$ | $+\infty$ | $+\infty$ |
| $+\infty$ | $l < 0$ | $+\infty$ | $-\infty$ |
| $+\infty$ | 0 | $+\infty$ | F.I |
| $+\infty$ | $-\infty$ | F.I | $-\infty$ |

2. **L' inverse et le quotient :**

| $\lim U_n$ | $\lim V_n$ | $\lim\left(\frac{U_n}{V_n}\right)$ | $\lim\left(\frac{1}{U_n}\right)$ |
|---|---|---|---|
| $l \neq 0$ | 0 | $+\infty$ أو $-\infty$ | $\frac{1}{l}$ |
| 0 | 0 | F.I | $+\infty$ أو $-\infty$ |
| $+\infty$ أو $-\infty$ | $+\infty$ أو $-\infty$ | F.I | 0 |
| $l \neq 0$ | $+\infty$ أو $-\infty$ | 0 | $\frac{1}{l}$ |

### Application :

Déterminer la limite de la suite $(U_n)$ dans chacun des cas suivants :

$U_n = \left(\frac{-2}{3}\right)^n - 5n$ ; $U_n = \left(-3 + \frac{1}{n}\right)\left(1 + \frac{2}{\sqrt{n}}\right)$ ; $U_n = (1+n)\sqrt{9n} - 3$ ;

$U_n = \frac{-5}{n}(2n+1)$