Prof : BOUYGUIR Taher

Classe : TCLSHF

Ordre dans l'ensemble R

Année scolaire : 2023/2024

Le contenue	Remarques

I. Ordre et opérations :

1. L'ordre

Activité ①:

Compléter à l'aide de l'un des symboles suivants ≤ et ≥ :

- $9{,}45 \ldots 9{,}341$
- $-9{,}45 \ldots -9{,}341$
- $\frac{4}{3} \ldots \frac{5}{3}$
- $\frac{3}{4} \ldots \frac{3}{5}$
- $3+\frac{1}{9} \ldots 7+\frac{1}{9}$
- $\frac{10}{13} \ldots \frac{12}{7}$

Définition :

Soient a et b deux réels.

- On dit que a est ***inférieur ou égal*** b et on écrit : $a \leq b$ si $a-b \leq 0$ et on écrit : $a-b \in \mathbb{R}^-$
- On dit que a est ***supérieur ou égal*** b et on écrit : $a \geq b$ si $a-b \geq 0$ et on écrit : $a-b \in \mathbb{R}^+$

Application ①:

1) Comparer les nombres $\frac{5}{8}$ et $\frac{3}{4}$ puis $\frac{4}{7}$ et $\frac{5}{12}$.

2) Soit x un réel négatif.

Comparer : $A=(x+3)^2$ et $B=x^2+9$.

Activité ②:

Soient x et y deux nombres réels strictement positifs tels que : $x \leq 2$ et $y \leq 9$.

Compléter ce qui suit :

- $3x \leq \cdots$
- $-y \ldots$
- $x+y \ldots$
- $\frac{1}{y} \ldots$
- $\sqrt{y} \ldots$
- $x^2 \leq \cdots$

Propriété : (ordre et addition)

Soient a, b, c et d des nombres réels.

- Si $a \leq b$, alors : $a+c \leq b+c$.
- Si $a \leq b$ et $c \leq d$, alors : $a+c \leq b+d$.

Exemples:

- ✓ Si $a \leq 7$, alors : $a+3 \ldots \ldots$.
- ✓ Si $a \leq -2$ et $b \leq 2$, alors : $a+b \ldots \ldots$.

Propriété :(ordre et multiplication)

Soient a, b, c, d et k des nombres réels.

- Si $k>0$ et $a \leq b$ alors : $ka \leq kb$.
- Si $k<0$ et $a \leq b$ alors : $ka \geq kb$.
- Si $0 \leq a \leq b$ et $0 \leq c \leq d$,alors : $ac \leq bd$.

Exemples:

- ✓ Si $a \geq \frac{1}{5}$, alors : $5a \ldots \ldots$ c-à-d : $5a \ldots \ldots$
- ✓ Si $a \leq 6$, alors : $-\frac{1}{2}a \ldots \ldots$ c-à-d : $-\frac{1}{2}a \ldots \ldots$
- ✓ Si $0 \leq x \leq \frac{3}{2}$ et $0 \leq y \leq 2$, alors : $xy \ldots \ldots$ c-à-d $xy \ldots \ldots$.

Propriété :(ordre et racine carrée- ordre et carré)

Soient a et b deux nombres réels positifs.

- Si $a \leq b$, alors : $\sqrt{a} \leq \sqrt{b}$.
- Si $a \leq b$, alors : $a^2 \leq b^2$.

❍ ***Exemples :***

- ✓ On a : $2 \leq \sqrt{5}$: donc $2^2 \ldots \sqrt{5}^2$ c-à-d : ……
- ✓ On a : $2020 \leq 2021$ donc : $\sqrt{\quad} \leq \sqrt{\quad}$

Propriété :(ordre et inverse)

Soient a etb deux nombres réels strictement positifs.

- Si $a \leq b$, alors : $0 \prec \frac{1}{b} \leq \frac{1}{a}$.

❍ ***Exemple :***

- ✓ On a : $\frac{\sqrt{2}}{3} \leq \frac{\sqrt{7}}{3}$: donc $\frac{3}{\sqrt{7}} \leq \frac{3}{\sqrt{2}}$.

2. L'encadrement :

Activité ③:

Soient x et y deux nombres réels tels que $3 \leq x \leq 7$et $2 \leq y \leq 5$.

Encadrer les expressions suivantes : $x + y$, $x - y$, xy et $\frac{x}{y}$.

Définition :

Soient a et b deux réels tels que : $a \prec b$.

Chaque inégalité parmi les doubles inégalités suivantes : $a \leq x \leq b$, $a \leq x \prec b$, $a \prec x \leq b$ et $a \prec x \prec b$ est appelée **encadrement** de x d'amplitude $b - a$.

❍ ***Exemples*:**

- ✓ L'écriture $2 \leq A \leq 4$ est un encadrement de A d'amplitude : ……...
- ✓ L'écriture $3{,}14 \prec \pi \leq 3{,}15$ est un encadrement de π d'amplitude : ……....

Propriétés :

Soient $a, b,$ c et d des nombres réels positif.

- **Si $a \leq x \leq b$ et $c \leq y \leq d$, alors : $a + c \leq x + y \leq b + d$ et $ac \leq xy \leq bd$**
- **Si $a \leq x \leq b$, alors : $\sqrt{a} \leq \sqrt{x} \leq \sqrt{b}$.**
- **Si $a \leq x \leq b$, alors : $a^2 \leq x^2 \leq b^2$.**
- **Si $0 < a \leq x \leq b$ alors : $\frac{1}{b} \leq \frac{1}{x} \leq \frac{1}{a}$.**

Application ②:

Soient x et y deux nombres réels tels que $2 \leq x \leq 3$ et $3 \leq y \leq 4$.

Encadrer les expressions suivantes : $x + y$, $x - y$, xy , $\frac{x}{y}$, x^2 et $\sqrt{x}$.

II. Intervalles :

1. *Droite numérique - Intervalles de* $\mathbb{R}$

Activité ④:

Soit (D) une droite rapportée au repère (O, I) tel que $OI = 1cm$.

1) Placer sur l'axe $D(O, I)$ les points $A(2)$ et $B(-3)$ et $C(-\frac{1}{2})$.

2) Représenter sur l'axe $D(O, I)$ l'ensemble des points d'abscisses x dans les cas suivants:

- $2 \leq x \leq 5$
- $1 \leq x < 4$
- $x \geq 2$
- $x < 5$

✍ ***Application ③:***

Déterminer, dans chacun des cas suivants, l'intervalle auquel appartient le nombre a.

1) $-3 \leq a \leq 9$	2) $0 < a < 2$
3) $1 < a \leq 4$	4) $-7 \leq a < 3$
5) $a \leq \sqrt{2}$	6) $a \geq -3$
7) $a < \frac{3}{7}$	8) $a < \frac{3}{7}$

Solution :

1)	2)
3)	4)
5)	6)
7)	8)

2. *Réunion-Intersection d'intervalles :*

✍ ***Activité ⑤:***

On considère les intervalles $I = [-2; 3]$, $J =]0; 5[$ et $K = [4; +\infty[$.

1) Représenter les intervalles I et J et K sur la droite numérique à l'aide de couleurs différentes.
2) Déterminer : $I \cap J$; $J \cap K$ *et* $I \cap K$.

Le symbole " $\cap$ " se lit « intersection » ou « inter ».

3) Déterminer : $I \cup J$; $J \cup K$ *et* $I \cup K$.

Le symbole " $\cup$ " se lit « union ».

❍ ***Exemples:***

- ✓ $[1,4[\cap [2,5] =$
- ✓ $[3\ ;5] \cap]2\ ;4[=$
- ✓ $]-\infty, 1] \cap [-3, +\infty[=$
- ✓ $[-3\ ;2] \cup]-4\ ;0[=$
- ✓ $[-3, +2[\cup]1,4[$
- ✓ $[-1\ ;2] \cup]1\ ;3[=$
- ✓ $]-\infty\ ;2] \cup]1\ ;5[=$
- ✓ $[-1\ ;2] \cup]1\ ;3[=$
- ✓ $]-\infty\ ;2] \cap]1\ ;+\infty[=$
- ✓ $]-\infty, 3] \cup [3, +\infty[=$

III. *Valeur absolue*

✍ ***Activité ⑥:***

Soit (D) une droite rapportée au repère (O, I) tel que $OI = 1cm$.

1) Placer sur l'axe $D(O, I)$ les points $A(2)$ et $A'(-2)$

2) Comparer les distances OA *et* OA'.

Définition :

Soit $x \in IR$.
On appelle la **valeur absolue** du nombre $x$le nombre réel positif noté $|x|$ tel que :
- Si $x \geq 0$, alors : $|x| = x$.
- Si $x \leq 0$, alors :$|x| = -x$.

Exemples:

✓ $|-4| =$

✓ $|5| =$

✓ $\left|-\frac{1}{3}\right| =$

Propriétés :

Soient $x \in IR$ et $y \in IR$. On a :
- $|a| \geq 0$.
- $|a^2| = a^2$.
- $\left|\frac{a}{b}\right| = \frac{|a|}{|b|}$.
- $|ab| = |a||b|$.
- $|x| = |y|$ signifie $x = y$ ou $x = -y$.

Exemple :

✓ $|x| = 2$ signifie $x = 2$ ou $x = -2$.

✓ $|x| = 6$ signifie $x = 6$ ou $x = -6$.

Application ④:

Résoudre les équations suivantes dans IR :
- (E_1): $|x| = 7$
- (E_2): $|x + 1| = 2$
- (E_3): $|2x + 1| = |x + 3|$

Propriétés :

Soient $x \in IR$et r un nombre réel strictement positif. On a :
- $|x| \leq r$ signifie que : $-r \leq x \leq r$.
- $|x| \geq r$ signifie que : $x \geq r$ ou $x \leq -r$.

Exemples :

✓ $|x| \leq 2$ signifie que :

✓ $|x| \geq 4$ signifie que :