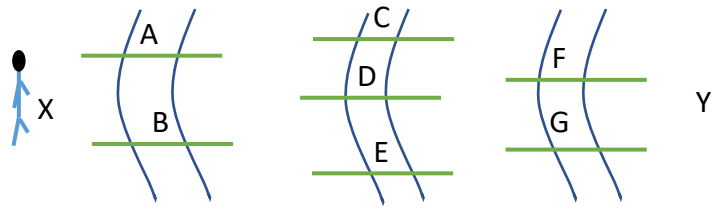
Le contenu	*Rmrq*

I. Rappels (Dénombrement)

1) Principe général du dénombrement

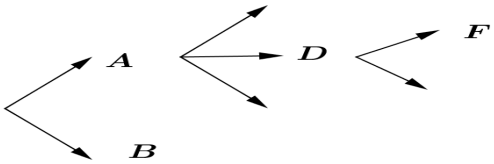
Activité

Une personne veut atteindre le point Y à partir du point X par le passage de trois vallées comme le montre la figure ci-dessous :



L'écriture ADF signifie que cette personne est passée par le pont A, le pont D puis le pont F.

1) *Compléter l'arbre suivant, puis déduisez l'ensemble des chemins menant au point Y*



2) *Calculer le nombre de chemins que cette personne pourrait emprunter pour atteindre le point Y.*

Définition :

Soit p choix.
Si le premier choix se fait de n_1 manière différente et le second choix se fait de n_2 manière différente et le $p^{ième}$ choix se fait de n_p manière différente, alors le nombre de façons dont tous ces choix sont faits est : $n = n_1 \times n_2 \times \ldots \times n_p$

Exemple :

On considère les chiffres suivants : 1 ; 3 ; 4 ; 5 ; 7 *et* 8.
On veut former un code de 3 *chiffres distincts deux à deux parmi les chiffres précédents.*

Exercice 1 :

Une urne contient 5 boules blanches et 3 boules noires. On tire simultanément au hasard 2 boules de l'urne.

1) *Quel est le nombre de tirages possibles ?*
2) *Quel est le nombre de tirages comportant* 2 *boules de mêmes couleurs ?*
3) *Quel est le nombre de tirages comportant* 2 *boules de couleurs différents ?*

Exercice 2 :

Une urne contient 6 *boules rouges et* 4 *boules blanches. On tire successivement et sans remise* 2 *boules de l'urne.*

1) *Quel est le nombre de tirages possibles ?*
2) *Construire l'arbre du choix.*
3) *Quel est le nombre de tirages comportant* 2 *boules de mêmes couleurs ?*
4) *Quel est le nombre de tirages comportant* 2 *boules de couleurs différents ?*
5) *Répéter les mêmes questions précédentes au cas où le tirage est successif et avec remise.*

II. Expérience aléatoire - probabilité d'un événement :

1) Notion et vocabulaire

Introduction :

Si on lance une pièce de monnaie en l'air on ne peut pas prévoir est ce qu'il va tomber sur le pile P ou bien la face F. On dit que le lancement de la pièce de monnaie en l'air est une expérience aléatoire.

Activité :

On lance un dé à six faces numéroté de 1 à 6 .

1) *Déterminer l'ensemble Ω constituée de toutes les possibilités.*
2) *Déterminer l'ensemble Aconstitué de toutes les possibilités d'obtenir un nombre pair. L'ensemble A est appelée un évènement.*
3) *Déterminer en extension l'événement suivant :*
   - *L'événement B : obtenir un nombre impair*
   - *L'événement C : obtenir un nombre multiple de* 3
   - *L'événement D : obtenir un nombre divisible par* 5
   - *L'événement E : obtenir un nombre supérieur strictement à* 6
4) *Exprimer les évènements suivants$A \cap B$, $A \cap C$ et $A \cup B$ puis les déterminer en extension.*

Définitions :

On considère une expérience aléatoire.

- *On appelle l'univers des possibilités d'une expérience aléatoire l'ensemble de toutes les issus possibles de cette expérience aléatoire et on la note Ω .*
- *Chaque ensemble constitué d'un ou de plusieurs possibilités est appelé un évènement.*
- *L'ensemble des possibilités qui n'appartient à l'évènement A est appelé l'évènement contraire de A et on le note $\bar{A}$.*
- *L'événement $A \cap B$est constitué de possibilités communes dans A et B.*
- *L'événement $A \cup B$ est constitué de toute les possibilités de A ou B .*

Application :

On lance un dé non triché deux fois et on note les issus de cette expérience par $(a; b)$ tel que a est les résultat de la première lancement et b celui de la deuxième.

1) *Quelle l'univers des possibilités de cette expérience aléatoire et quel est le nombre de ses éléments ?*
2) *Déterminer les évènements suivants :*
   - *L'événement A : obtenir deux nombres égaux.*
   - *L'événement B : obtenir deux nombres pairs.*
   - *L'événement C : obtenir deux nombres leurs somme égale à 9*
   - *Les événements $A \cap B$ et$A \cup B$.*

2) Probabilité d'un évènement :

Activité :

On lance un dé à 6 face numérotés respectivement de 1 *à* 6 *une fois.*

1) *Déterminer l'univers des possibilités Ω puis calculer $card(\Omega)$*
2) *Soit l'événement suivant A : Obtenir un nombre pair .*
   a) *Déterminer l'événement puis calculer $card(\Omega)$.*
   b) *Que représente le rapport $\frac{card(A)}{card(\Omega)}$?*

Définition :

Une situation équiprobable est une expérience où toutes les éventualités ont la même probabilité d'être réalisées.

Théorème (Hypothèse d'équiprobabilité):

Dans un cas d'une situation équiprobable $P(A)$ se calcule par :

$$P(A) = \frac{Lenombredecasfavorables}{Lenombredecaspossibles} = \frac{Lenombred'élémentdeA}{Lenombred'élémentdeΩ} = \frac{card(A)}{card(\Omega)}.$$

Remarque :

$$P(\emptyset) = 0 \quad et \quad P(\Omega) = 1 \quad et \quad 0 \leq P(\Omega) \leq 1$$

Exemple :

On lance un dé à 6 faces numérotées respectivement de 1 *à* 6 *une fois.*

Alors $\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$ *on considère les évènements suivants :*

- *L'événement A : obtenir un nombre pair et divisible par 3.*
- *L'événement B : obtenir un nombre impair.*

Propriétés :

Soient A et B deux évènements de Ω , on a :

- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.
- *Si A et B deux évènements incompatibles alors* $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.
- $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$

3) Types de tirages :

On tire p *élément parmi* n

Type de Tirage	*Nombre de tirages possible*	*L'ordre*
Simultané	C_n^p	*Pas important*
Successif sans remise	A_n^p	*Important*
Successif avec remise	n^p	*Important*

Application 1:

Une urne contient 4 boules blanches et trois boules jaunes et une boule noire .On tire successivement trois boules dans l'urne .

1) *Calculer le nombre de tirages possibles.*
2) *Quel est le nombre de tirages possibles dans le cas où on tire simultanément deux boules.*
3) *Quel est le nombre de tirages possibles dans le cas où on tire successivement avec remise deux boules.*

Application 2:

Une urne contient 3 boules rouges et 2 boules verts et une boule blanche .On tire simultanément deux boules dans l'urne .On considère les évènements suivants :

- *L'évènement A : « Obtenir deux boules rouges »*
- *L'évènement B : « Obtenir deux boules verts »*
- *L'évènement C : « Obtenir deux boules de même couleur »*
- *L'évènement D : « Obtenir exactement une boule rouge »*
- *L'évènement E : « Obtenir au moins une boule vert »*

1) *Calculer la probabilité des évènements suivants :* $A, B, C, D, E, \overline{C}, D \cap E et D \cup E$.
2) *Répéter les mêmes questions dans le cas où on tire successivement sans remise deux boules.*

Série des exercices :

Exercice 1 :

Une urne contient trois boules vertes et cinq boules rouges .On tire successivement sans remise trois boules dans l'urne.

1) *Déterminer le nombre de tirages possibles ?*
2) *Calculer la probabilité de chacun des évènements suivants :*
   - *L'évènement A : « Obtenir deux boules de même couleur »*
   - *L'évènement B : « Obtenir la première boule vert »*
   - *L'évènement C : « Obtenir une boule vert »*
   - *L'évènement A : « Obtenir deux boules verts »*
3) *Calculer les probabilités précédentes dans le cas où on tire simultanément deux boules.*

Exercice 2 :

Une urne contient trois boules portes numéro 1 et quatre boules porte numéro 2 .On tire simultanément trois boules dans l'urne .Sachant que les boules sont indiscernables calculer la probabilité des évènements suivants :

- *L'évènement A : « Obtenir trois boules ont même numéro »*
- *L'évènement B : « Obtenir trois boules dont la somme de ses numéros est un nombre pair »*
- *L'évènement C : « Obtenir trois boules dont la somme de ses numéros est un nombre impair »*
- *L'évènement D : « Obtenir exactement une boule porte le numéro 1 »*
- *L'évènement A : « Obtenir au moins une boule portes le numéro 1»*

Exercice 3 :

Un sac contient 12 boules identiques et indiscernables au toucher dont 5 sont rouges ,4 sont vertes et 3 sont noires .On tire simultanément 3 boules de ce sac .

1) *Quel est le nombre de tirages possibles ?*
2) *Calculer la probabilité d'obtenir 3 boules rouges .*
3) *Calculer la probabilité d'obtenir 3 boules vertes.*
4) *Calculer la probabilité d'obtenir 3 boules noires .*
5) *Calculer la probabilité d'obtenir 3 boules de mêmes couleurs .*
6) *Calculer la probabilité d'obtenir 3 boules de différents couleurs.*
7) *Calculer la probabilité d'obtenir au moins une boules rouges .*
8) *Calculer la probabilité d'obtenir 2 boules de mêmes couleurs .*

Exercice 4 :

Un sac contient 12 boules identiques et indiscernables au toucher dont 5 sont blanches ,3 sont vertes et 2 sont noires .On tire successivement sans remise 3 boules de ce sac .

1) *Quel est le nombre de tirages possibles ?*
2) *Calculer la probabilité d'obtenir 3 boules blanches .*
3) *Calculer la probabilité d'obtenir 3 boules vertes .*
4) *Calculer la probabilité d'obtenir 3 de mêmes couleurs.*
5) *Calculer la probabilité d'obtenir 3 boules de différents couleurs .*
6) *Calculer la probabilité d'obtenir exactement une boule rouge .*
7) *Calculer la probabilité d'obtenir au moins une boules rouges.*

Exercice 5 :

Une urne contient 6 boules blanches , 5 boules noires 3 boules vertes .On tire simultanément 2 boules de l'urne .

1) *Calculer* $card(\Omega)$.
2) *Calculer la probabilité de chacun des événements suivants :*

A : '' Obtenir 2 boules blanches'' B : '' Obtenir 2 boules vertes ''
C : '' Obtenir 2 boules vertes'' D: '' Obtenir 2 boules de mêmes couleurs''
E : '' Obtenir 2 boules de différents couleurs ''