Le contenu	Remarques

I. Projection sur une droite

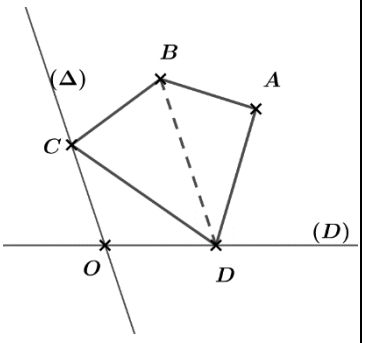
1. Projection sur une droite parallèlement à une droite :

Activité :

Soient (D) et (Δ) deux droites sécantes en un point O et soit $ABCD$ un quadrilatère tel que $C \in (\Delta)$, $D \in (D)$ et $(BD) // (\Delta)$.

1) **a.** Construire la droite (L) passante par A et parallèle à la droite (Δ).

b. Montrer que (L) et (D) sont sécantes en un point unique A'.



On dit que A' est le projeté de A sur (D) en parallèle à (Δ).

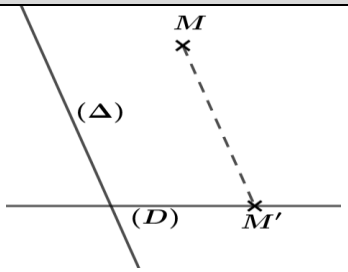
2) Montrer que D est le projeté du point B sur (D) en parallèle à (Δ).

3) Déterminer les projetés des points C et D sur (D) en parallèle à (Δ).

Définition :

Soient (D) *et* (Δ) *deux droites sécantes du plan et soient* M *un point et* M' un point du plan tel que : $M' \in (D)$ et $(MM') // (\Delta)$.

Le point M' *est appelé* ***projeté*** *du point* M *sur la droite* (D) *parallèlement à la droite* (Δ) *et on écrit :* $p(M) = M'$.



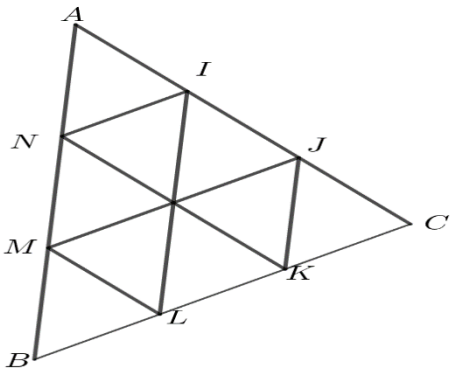
Remarques :

- Si M' est la projection du point M tel que $M \neq M'$ sur (D) parallèlement à (Δ), alors $M' \in (D)$ et $(MM') // (\Delta)$.
- $M \in (D)$ si et seulement si $p(M) = M$. *On dit que tout point de la droite* (D) *est* ***invariant*** *par la projection* p.

Application :

On considère la figure ci-contre telle que :

$$\begin{cases} (AB) // (IJ) // (JK) \\ (AC) // (NK) // (ML) \\ (BC) // (MJ) // (NI) \end{cases}.$$



Remplir le tableau suivant:

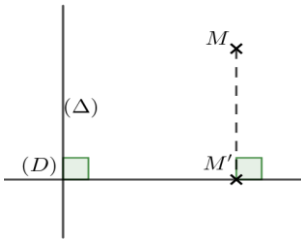
Le point	*Son projeté*	*Sur la droite*	*Parallèlement à la droite*
I	...	(BC)	(AB)
J	...	(AB)	(BC)
N	K	...	...
...	N	...	AC

2. Projection orthogonale :

Définition :

Soient (D) *et* (Δ) *deux droites perpendiculaires du plan* (P) .

Le point M' *, projeté de* M *sur* (D) *parallèlement à* (Δ) *, est appelé projeté orthogonal du point* M *sur la droite* (D).



II. Théorème de Thales

1. Théorème de Thales direct :

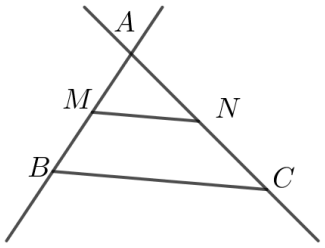
Propriété :

Soient (D_1) *et* (D_2) *deux droites sécantes en un point* A .

Soient B *et* M *deux points de la droites* (D_1) *, distincts de* A .

Soient C *et* N *deux points de la droites* (D_2) *, distincts de* A .

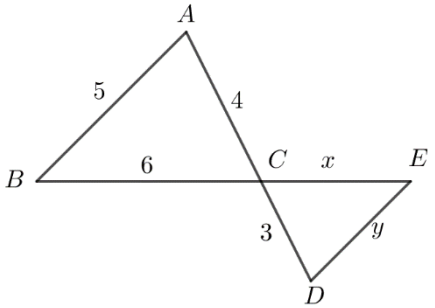
Si $(MN)//(BC)$, *alors :* $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}=\frac{MN}{BC}$.



/

Application :

On considère la figure suivante telle que :
(AB) / /(ED) .
Déterminer la valeur de x et y .



2. Théorème de THALES réciproque :

Propriété :

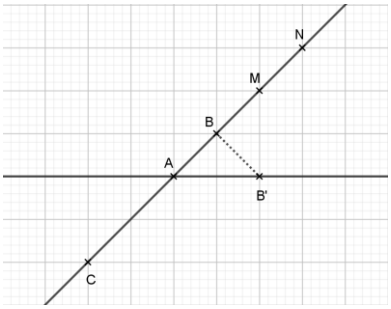
Soient A, M et B trois points alignés, et A, N et C trois point alignés

Si A, M et B sont dans le même ordre que les points A, N et C , et si de plus $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$; alors d'après le **théorème de THALES réciproque** on a : (MN)//(BC)

(construire une figure)

III. Conservation du coefficient de colinéarité :

Activité-03 :



On considère la figure ci-dessus tel que : AB=1cm, AB'=2cm. M et N et C trois points tels que $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN} = 3\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC} = -2\overrightarrow{AB}$.

4. Construire les points M' et N' et C' les projetés de M et N et C respectivement sur (AB') parallèlement à (BB').
5. Montrer que : $\frac{AN'}{AB'} = 3, et \frac{Ac'}{AB'} = 2$
6. Déduire que : $\overrightarrow{AN'} = 3\overrightarrow{AB'}$ et que $\overrightarrow{AC'} = -2\overrightarrow{AB'}$.

Remarque :

Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs colinéaires et k un réel positif.

Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ont le même sens alors : $\vec{u} = k\vec{v}$

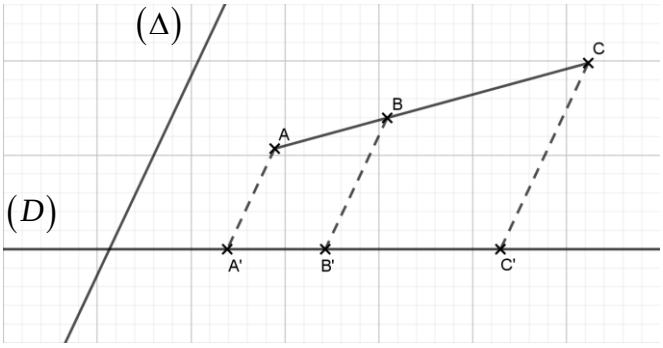
Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ont deux sens opposés alors : $\vec{u} = -k\vec{v}$

Résultat :

Soit ABC un triangle et M un point tel que $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB}$. Et soit M' le projeté de M sur (AC) parallèlement à (BC), alors $\overrightarrow{AM'} = k\overrightarrow{AC}$.

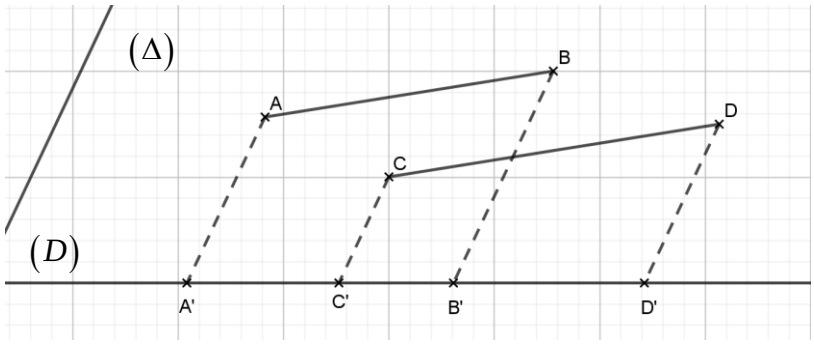
On dit que **la projection** conserve le **coefficient de colinéarité.**

Cas-1



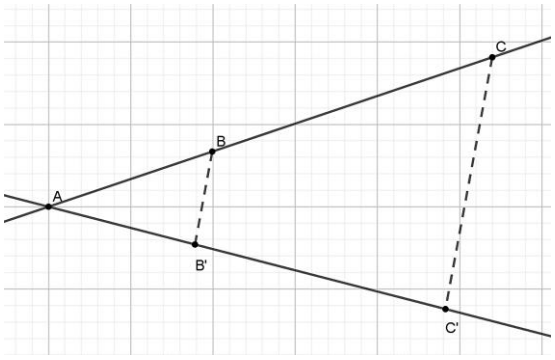
Si $\overrightarrow{AC} = k\overrightarrow{AB}$ $alors$ $\overrightarrow{A'C'} = k\overrightarrow{A'B'}$

Cas-2



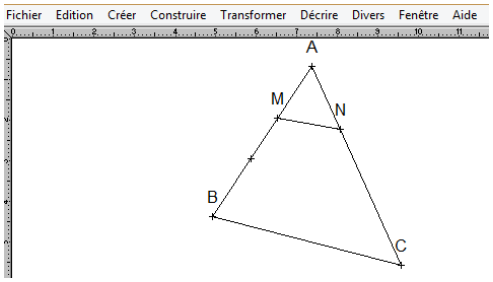
Si $\overrightarrow{CD} = k\overrightarrow{AB}$ $alors$ $\overrightarrow{C'D'} = k\overrightarrow{A'B'}$.

Cas-3



Si $\overrightarrow{AC} = k\overrightarrow{AB}$ $alors$ $\overrightarrow{AC'} = k\overrightarrow{AB'}$.

Application-03 :



Soit ABC un triangle, et $M\epsilon[AB]$ tel que : $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$.
Soit N le projeté de M sur la droite (AC) parallèlement à (BC).
Montrer que : $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.