Prof : *Taher Bouyguir*	Devoir libre N°1	www.profTaher.com
Niveau : 1BSEF	A rendre le 27/11/2021	Matière : Mathématiques

Exercice ❶ :

1) Donner la valeur de vérité et la négation des propositions suivantes :

$$P_1: (\exists x \in \mathbb{R}): \quad x^2 + x - 2 = 0$$
$$P_2: (\forall x \in \mathbb{R}): x^2 \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \mathbb{Z}$$
$$P_3: (\forall x \in \mathbb{R}_*^+); 1 \leq x \leq 2021$$

2) Montrer que

$$(\forall n \in \square^*);\ 1^2+2^2+3^2+\ldots\ldots\ldots+n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$(\forall n \in \mathbb{N}^*)$; $10^n - 1$ divisible par 9

3) En utilisant le résonnement par contraposée montrer que :

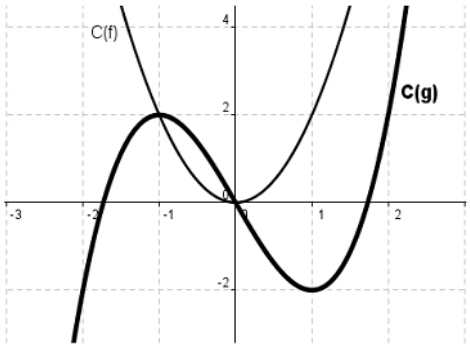
- $(\forall x \in \mathbb{R}^*); (\forall y \in \mathbb{R}^*)\ x \neq y \quad et \quad xy \neq 2 \Rightarrow \frac{x^2+2}{x} \neq \frac{y^2+2}{y}; ((x \neq y))$
- $(\forall a \in \mathbb{R}_+^*); (\forall b \in \mathbb{R}_+^*) \quad \sqrt{a} \neq 8\sqrt{b} \Rightarrow \frac{\sqrt{a}+2\sqrt{b}}{2\sqrt{a}-\sqrt{b}} \neq \frac{2}{3}$

4) Montrer que $(\forall a \in \mathbb{R}_+^*); (\forall b \in \mathbb{R}_+^*)$;

$$\frac{a+b}{4} \geq \frac{ab}{a+b} \Leftrightarrow (a-b)^2 \geq 0$$

Exercice ❷ :

La figure ci-dessous représente (C_f)et (C_g)les courbes des fonctions$f$ et g définies sur $\mathbb{R}$.



1) Résoudre graphiquement

$$\otimes \quad f(x) = g(x) \quad ;\otimes \quad f(x) \leq g(x)$$
$$\otimes\ f(x) > g(x) \quad \otimes \quad g(x) = -2$$

2) Dresser le tableau de variations de la fonction$g$sur $\mathbb{R}$.

Déterminer graphiquement $g([-2;-1])$; $g(-1;1[)$ et $g([-1;2])$

Exercice ❸

I) Soient f et$g$ deux fonctions numériques telle que $f(x) = -x^2 + 2x + 1$ et $g(x) = \sqrt{x-1}$

1) Déterminer D_f et D_g.
2) Etudier la parité de la fonction f
3) Déterminer la nature de (C_f) en précisant ses éléments caractéristiques.
4) Etudier les variations de la fonction f sur $]-\infty;1]$ et $1;+\infty[$; puis dresser le tableau de variations de la fonction f surD_f.
5) Dresser le tableau de variations de la fonction$g$.
6) Construire (C_f)et (C_g)dans un même repère
7) Déterminer graphiquement $g([2;4])$ et$g(1;+\infty[)$
8) Vérifier que (C_f) et (C_g) sont sécantes en $A(2;1)$
9) Résoudre graphiquement $f(x) \leq g(x)$

II) Soit h une fonction numérique définie par $h(x) = \sqrt{x(2-x)}$

1) DéterminerD_h .
2) Vérifier que $(\forall x \in D_h); h(x) = (gof)(x)$.
3) Etudier la monotonie de f sur les intervalles $[0;1]$ et $[1;2]$
4) Déterminer $f([1;2])$et $f([0;1])$
5) Etudier la monotonie de g sur les intervalles $f([1;2])$ et$f([0;1])$
6) Déduire les variations de la fonction $h$variations sur$[0;1]$ et $[1;2]$ puis dresser le tableau de variations de h.

❖ أن توقد شمعة خير من أن تلعن الظلام

❖ **Bon courage**