Devoir libre n^o 2 : Généralités sur les fonctions - Barycentre - Produit scalaire

Exercice 1

Partie I

Soit f la fonction numérique définie par : $f(x) = x + \dfrac{1}{x-1}$. on donne son tableau de variation ci-dessous :

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	↗	-1	↘	$-\infty$ || $+\infty$	↘	3	↗	$+\infty$

1. Déterminer les extremums de f sur $]-\infty;1[$ et sur $]1;+\infty[$.
2. Déterminer que : $f(]2;+\infty[)$ et $f(]1;2[)$ puis résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $f(x) = 3$.

Partie II

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R} \setminus \{3\}$ par : $g(x) = \dfrac{x+1}{x-3}$, et on pose $h(x) = gof(x)$

1. Dresser le tableau de variations de g .
2. Montrer que que $\mathcal{D}_h = \mathbb{R} \setminus \{1;2\}$.
3. Étudier la monotonie de h sur $]2;+\infty[$ et sur $]1;2[$
4. Dresser le tableau de signe de $g(x)$ puis déduire que fog est décroissante sur $[-1;3[$.

Exercice 2

On considère les points : $A(2;\sqrt{3})$ et $I(4;\sqrt{3})$ et $J(5;0)$.

Soit (C) l'ensemble des points $M(x;y)$ tels que : $x^2 + y^2 - 6x + 5 = 0$

1. Montrer que (C) est un cercle dont on déterminera le centre Ω et le rayon R puis dessiner (C)
2. Vérifier que le point A appartient à (C).
3. Donner une équation cartésienne de la tangente (D) au cercle (C) en A.
4. Déterminer une équation cartésienne de la droite (Δ) passant pat I et perpendiculaire à (D).
5. Montrer que (Δ) et (C) sont sécants en I et J.
6. Calculer $cos\left(\overrightarrow{AI};\overrightarrow{AJ}\right)$ et $sin\left(\overrightarrow{AI};\overrightarrow{AJ}\right)$ et l'aire de triangle AIJ
7. Résoudre graphiquement le système suivant : $\begin{cases} x^2 + y^2 - 6x + 5 \leq 0 \\ \sqrt{3}x + y - 5\sqrt{3} = 0 \end{cases}$

Exercice 3

Soit ABC un triangle. I, J et K trois points tels que : $\overrightarrow{BI} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CJ} = \dfrac{3}{4}\overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{AK} = \dfrac{2}{5}\overrightarrow{AB}$.

Faire un figure. montrer que les droites (AI), (BJ) et (CK) sont concourantes en un point à déterminer.

(*Indication : utiliser l'associativité du barycentre. remarquons que I le barycentre de $(B;2)$ et $(C;1)$ ...etc*)

Taher Bouyguir