Lycée qualifiant Mohamed VI Niveau : 1 BAC-SEG	DEVOIR LIBRE N° 3 A rendre le 02/01/2023	Professeur : Bouyguir Taher Année scolaire : 2022/2023

Exercice 1 :

Soit (u_n) est la suite numérique définie par : $\begin{cases} u_1 = \frac{7}{3}; \\ u_{n+1} = \frac{7u_n+3}{3u_n+7} \end{cases}$; $\forall n \in \mathbb{N}^*$

1. Vérifier que, $\forall n \in \mathbb{N}^*$; $u_{n+1} - 1 = \frac{4(u_n-1)}{3u_n+7}$
2. Montrez que par récurrence que $\forall n \in \mathbb{N}^*$; $u_n \geq 1$.
3. Vérifier que, $\forall n \in \mathbb{N}^*$; $u_{n+1} - u_n = \frac{3(u_n-1)(1-u_n)}{3u_n+7}$. Puis Montrez que (u_n) est décroissante.
4. On pose : $\forall n \in \mathbb{N}^*$; $v_n = \frac{u_n-1}{u_n+1}$
   (a) Montrez que (v_n) est une suite geométrique de raison $q = \frac{2}{5}$. ,puis calculer son premier terme v_1 .
   (b) Écrivez v_n en fonction de n.
   (c) Calculez la somme : $S = v_1 + v_2 + v_3 .... + v_{20}$.

Exercice 2 :

Un sac contient 5 boules blanches, 3 boules vertes et une boule bleue. On tire successivement et sans remise 3 boules de ce sac.

1. Quel est le nombre de tirages possibles?
2. Quel est le nombre de tirages possibles contenant trois boules blanches?
3. Quel est le nombre de tirages possibles contenant trois boules bleue?
4. Quel est le nombre de tirages possibles contenant une boule de chaque couleur?
5. Quel est le nombre de tirages possibles contenant trois boules de même couleur?
6. Quel est le nombre de tirages possibles contenant au moins deux boules vertes?
7. Quel est le nombre de tirages possibles contenant au plus deux boules blanches?
8. Quel est le nombre de tirages possibles ne contient pas aucune boule blanche?
9. Quel est le nombre de tirages possibles contenant une boule bleue et deux boules vertes?

Exercice 3 :

Soit (u_n) la suite numérique définie par :

$$\begin{cases} u_0 = 0; \\ u_{n+1} = \frac{4}{4-u_n} \end{cases} ; \forall n \in \mathbb{N}$$

① Montrez que par récurrence que $\forall n \in \mathbb{N}$; $u_n < 2$.

② Vérifier que, $\forall n \in \mathbb{N}$; $u_{n+1} - u_n = \frac{(u_n-2)^2}{4-u_n}$ et Montrez que la suite (u_n) est croissante.

③ On pose : $\forall n \in \mathbb{N}$; $v_n = \frac{1}{u_n-2}$

   (a) Montrez que $v_{n+1} = \frac{4-u_n}{2(u_n-2)}$, et déduire que (v_n) est une suite arithmétique de raison $r = \frac{-1}{2}$.
   (b) Calculer v_0 puis écrivez v_n en fonction de n.
   (c) Calculer la somme $S = v_0 + v_1 + v_2 .... + v_{10}$.

Bon Courage ☺

Exercice 4 :

Soit (u_n) est la suite numérique définie par :

$$\begin{cases} u_0 = 2; \\ u_{n+1} = \frac{5u_n}{2u_n+3} \end{cases} ; \forall n \in \mathbb{N}$$

1. Montrez que par récurrence que $\forall n \in \mathbb{N}; u_n > 1$
2. Vérifier que, $\forall n \in \mathbb{N}; u_{n+1} - u_n = \frac{2u_n(1-u_n)}{2u_n+3}$
3. Montrez que la suite (u_n) est décroissante.
4. On pose : $\forall n \in \mathbb{N}; v_n = \frac{u_n-1}{u_n}$
   (a) Montrez que (v_n) est une suite géométrique de raison $q = \frac{2}{5}$.
   (b) Écrivez v_n en fonction de n.
   (c) Déduire que que : $\forall n \in \mathbb{N}; u_n = \frac{2}{2-(\frac{3}{5})^n}$
   (d) Calculez la somme : $S = v_0 + u_1 + \cdots + u_{29}$

Exercice 5 :

On souhaite comparer l'évolution de deux capitaux. Hasna possède 8 000 dhs en janvier, qu'elle augmente de 10% à la fin de chaque mois. Samir possède, lui, 10 000 dhs en janvier. Il ajoute 500 dhs à la fin de chaque mois.

Partie I Étude du capital de Hasna :

On note u_0 le capital initial en janvier. On note u_n la capital disponible au bout de n mois.

1. Calculer u_1 et u_2, et déterminer la relation de récurrence de la suite (u_n)
2. Démontrer que la suite (u_n) est géométrique de raison $1,1$ et de premier terme 8000.
3. Calculer la somme dont dispose Hasna au mois de janvier de l'année suivante (en dirhams).
4. Calculer le pourcentage d'augmentation de son capital au bout d'une année complète.

Partie II Étude du capital de Samir :

On note v_0 le capital initial en janvier. On note v_n la capital disponible au bout de n mois .

1. Calculer v_1 et v_2, et déterminer la relation de récurrence de la suite (v_n)
2. Quelle est la nature de la suite (v_n), et déterminer son raison et son premier terme.
3. Calculer la somme dont dispose Samir au mois de janvier de l'année suivante (en dirhams).
4. Calculer le pourcentage d'augmentation de son capital au bout d'une année complète

Déterminer, à l'aide de la calculatrice, à partir de quel mois les économies de Hasna deviennent supérieures à celle de Samir.

Exercice 6 :

On constitue un groupe de 6 personnes choisies parmi 25 femmes et 32 hommes.

1. De combien de façons peut-on constituer ce groupe de 6 personnes?
2. De chacun des cas suivants, de combien de façon peut-on constituer ce groupe avec :
   (a) Uniquement des hommes.
   (b) Des personnes de mêmes sexe.
   (c) Au moins une femme et au moins un homme.