Devoir Libre n^o 3 : Droite dans le plan - Les polynômes

Exercice 1

Le plan est rapporté à un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$.

On considère les points $A(3;-1)$, $B(6;-4)$, $C(2;5)$, $D(3;-5)$ et $G(-2;0)$.

1. (a) Déterminer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ puis calculer la distance AB
   (b) Déterminer l'équation cartésienne de la droite (CD)
   (c) Déterminer l'équation cartésienne de la droite (D) passant par A et de vecteur directeur $\vec{u}(-1;1)$.
   (d) Vérifier que $B \in (D)$.
2. Soit (Δ) la droite définie par la représentation paramétrique suivante : $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = -3-2t \end{cases} /(t \in \mathbb{R})$
   (a) Les points C et D appartiennent à (Δ) ? Justifier.
   (b) Montrer que $(D) \parallel (\Delta)$.
3. Soit (D') la droite d'équation cartésienne $x-4y+3=0$.
   (a) Montrer que (D) et (D') sont sécantes en un point E que l'on déterminera.
4. Déterminer les coordonnées du point F tel que le quadrilatère $ABDF$ soit un parallélogramme.
5. Soit F' la symétrie du point F par rapport à O.
   (a) Déterminer les coordonnées de F'.
   (b) Montrer que $F' \in (D)$, A est le milieu de $[F'B]$ et $(F'G) \perp (\Delta)$.
6. Construire dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$ les droite (Δ) , (D), (D') et $(F'G)$.

Exercice 2

Soit le polynôme $P(x) = 2x^3 + mx^2 - 3x - 2$.

1. Déterminer la valeur de m pour que 1 soit une racine de $P(x)$.
2. Dans la suite, on suppose que $m = 3$.
   (a) En déduire qu'il existe un polynôme $Q(x)$ (à déterminer) tel que $P(x) = (x-1)Q(x)$.
   (b) Vérifier que -2 est une racine de $Q(x)$.
   (c) Factoriser le polynôme $Q(x)$.
   (d) Donner une factorisation de $P(x)$ en produit de trois binômes.
   (e) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$.
   (f) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $P(x) \geq 0$.