Lycée qualifiant Mohamed VI Niveau : TCSF	DEVOIR LIBRE N° 3 A rendre le 24/01/2022	Professeur : Bouyguir Taher Année scolaire : 2021/2022

Exercice 1 :

On considère le polynôme : $P(x) = 3x^4 - 4x^3 - 11x^2 + 16x - 4$

① Quel est le degré du polynôme $P(x)$.

② Calculer $P(1)$ et $P(2)$.

③ Faire la division euclidienne de $P(x)$ par $(x-1)$ et montrer que $P(x) = (x-1)Q(x)$. (determiner $Q(x)$)

④ Déterminer Par deux méthodes différentes le polynôme $N(x)$ tel que $Q(x) = (x-2)N(x)$.

⑤ Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $N(x) = 0$.

⑥ En déduire une factorisation de $N(x)$.

⑦ Factoriser $Q(x)$ et déduire une factorisation de $P(x)$.

⑧ Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : $P(x) = 0$.

⑨ Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : $P(x) < 0$.

Exercice 2 :

① Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $x^2 - x - 6 = 0$

② Déduire la résolution dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation suivante :

$$(x-1)(x^2 - x - 6) \geqslant 0$$

③ Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $x^2 + |x-2| + 3 = 0$

④ Résoudre dans $\mathbb{R}$ les deux équations : $2x^2 + x - 1 = 0$ et $-x^2 + 3x - 2 = 0$

⑤ En deduire une factorisation de : $E_1(x) = 2x^2 + x - 1$ et $E_2(x) = -x^2 + 3x - 2$

⑥ Dressez dans le même tableau les variations du signe de E_1 et E_2.

⑦ Déduire l'ensemble des solution de l'inéquation :

$$\frac{2x^2+x-1}{-x^2+3x-2} \leqslant 0$$

⑧ Résoudre dans $\mathbb{R}$ les deux équations : $2x^4 + x^2 - 1 = 0$ et $\frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + x = 0$ (*Indication* : utilisez la question 4.)

⑨ Résoudre dans $\mathbb{R}$ les système suivantes :

$$S_2 : \begin{cases} -6x - 3y = 3 \\ 2x + y = -1 \end{cases} \quad ; \quad S_3 : \begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 6x - 4y = 8 \end{cases} \quad ; \quad S_4 : \begin{cases} 2(3x-1)x - 3\,|\,y\,| = 1 \\ 6(3x-1) - 4\,|\,y\,| = 8 \end{cases}$$

Exercice 3 :

Soit le polynôme : $P(x) = 1 - x^{n+1}$

① Montrer que $P(x) = (1-x)(1 + x^1 + x^2 + x^3 + x^4 + ... + x^n)$

② En déduire la valeur de la somme :$S = 1 + 2^1 + +2^2 + 2^3 + 2^4 + ... + x^{2009}$

NB : La propreté de la feuille et la lisibilité de l'écriture seront prises en considération lors de la correction

Bon Courage ☺