Lycée qualifiant Tariq Ben Zyad Niveau : 2 BAC-SEC	DEVOIR LIBRE N° 3 A rendre le 24/02/2026	Professeur : Bouyguir Taher Année scolaire : 2025/2026

Exercice 1 :(3pts)

1 : Déterminer L'ensemble de définition de la fonctions suivante : $f(x) = \ln(x-3)$

2 : Résourdre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E) : $\ln(x+1) = \ln(2x-6)$

3 : Résourdre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation (I) : $\ln(x+3) \geq \ln(x-1)$

4 : Calculer La limite : $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln(x)}{\sqrt{x}}$

5 : Simplifier Le nombre : $A = \log_2(8) - \log_3(27) + \log_5(\dfrac{1}{125})$

Exercice 2 :

Partie I

Soit g la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par : $g(x) = 1 - \frac{1}{x^2} + ln(x)$

1. Montrez que $\lim\limits_{x\to0^+} g(x) = -\infty$.
2. Calculez $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$.
3. Vérifiez que $\forall x \in]0;+\infty[: g'(x) = \frac{1}{x} + \frac{2}{x^3}$
4. Donnez le signe de $g'(x)$ sur $]0;+\infty[$.
5. Calculez $g(1)$ puis dressez le tableau de variations de g sur $]0;+\infty[$.
6. En déduire que $g(x) \leq 0$ sur $]0;1]$ et $g(x) \geq 0$ sur $[1;+\infty[$

Partie II

On considère la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par : $f(x) = \frac{1}{x} + xln(x)$.
On note $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative dans un repère du plan.

1. Montrez que $\lim\limits_{x\to0^+} f(x) = +\infty$. interpréter graphiquement le résultat.
2. Calculez $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}$, puis interpréter graphiquement le résultat.
3. Déterminer l'équation de la tangente de la courbe $(\mathcal{C}_f)$ au point $x_0 = 1$.
4. Montrez que $f'(x) = g(x)$, pour tout x de $]0;+\infty[$.
5. Calculez $f(1)$ puis dressez le tableau de variations de f sur $]0;+\infty[$.
6. On considère la fonction F, définie sur $]0;+\infty[$ par :

$$F(x) = -\frac{x^2}{4} + (\frac{x^2}{2} + 1)ln(x)$$

Montrez que F est une primitive de f sur $]0;+\infty[$

7. Tracez $(\mathcal{C}_f)$.

Bon Courage ☺