Devoir Libre n^o 1 : Equations , inéquations et système - Ttrigonométrie

Exercice 1

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et les inéquations :

a) $(x^2-11x+10)(x-2)<0$

b) $\dfrac{(x^2-8x+15)(x+2)}{x}\geq 0$

c) $x^2-2x-2|x-1|-2=0$

d) $x^2+x+2\sqrt{x^2+x+2}-6=0$

Exercice 2

Soient S et T les ensembles des solutions, dans $\mathbb{R}$, respectifs des équations :

a) $x^2+x+p=0$

b) $x^2+qx-3=0$

Déterminer les valeurs de p et q sachant que : $S\cup T=\{-2;-1;1;3\}$.

Exercice 3

1. Montrer que, pour tout nombre réel m, l'équation : $x^2-m(m-2)x-(m-1)^2=0$ admet deux solutions distinctes α et β.
2. Déterminer les valeurs de m pour que : $2\sqrt{\alpha+\beta-2(m-2)}-3\sqrt{\alpha\beta}\geq 1$

Exercice 4

Soit $A(x)=4\cos^2(x)+\sin^4(x)$

1. Montrer que pour tout x de $\mathbb{R}$: $A(x)=(2-\sin^2(x))^2$
2. Calculer : $A(0)$ et $A\left(\frac{\pi}{2}\right)$
3. (a) Déterminer l'abscisse curviligne principale de $M(-2025\pi)$
   (b) Déduire la valeur de : $A(-2025\pi)$
4. (a) Montrer que : $A(x)=\left(1+\dfrac{1}{1+\tan^2(x)}\right)^2$
   (b) Soit $x\in\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right[$. Calculer $A(x)$ sachant que : $\tan(x)=1$

Exercice 5

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

   a) $2x^2+x-1=0$

   b) $2x^2-2\sqrt{2}x+1=0$

2. En déduire les solutions de l'inéquation : $2x^2+x-1>0$
3. En déduire les solutions de l'équation : $2\sin^2(x)-2\sqrt{2}\sin(x)+1=0$
4. Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système suivant en utilisant la méthode de Cramer : $\begin{cases}-x+2y=3\\3x-4y=-5\end{cases}$

Exercice 6

Soit $x \in \mathbb{R}$

1. Calculer : $\sin\left(\frac{52}{3}\pi\right)$; $\cos\left(-\frac{39}{2}\pi\right)$ et $\tan\left(-\frac{413}{4}\pi\right)$
2. Simplifier : $B = \cos\left(3x + \frac{41}{2}\pi\right) + \sin(3x + 305\pi) + \cos\left(3x + \frac{19}{2}\pi\right)$
3. Déduire la valeur de : $B\left(\frac{\pi}{9}\right)$

Exercice 7

Soit $x \in \mathbb{R}$, on pose : $F(x) = \sqrt{2}\cos^2(x) - (\sqrt{2}+1)\cos(x) + 1$

1. Montrer que : $F(x) = (\cos(x) - 1)(\sqrt{2}\cos(x) - 1)$
2. Résoudre dans $[-\pi : \pi]$ l'équation : $F(x) = 0$
3. (a) Étudier le signe de $F(x)$ sur $[-\pi : \pi]$ (dresser le tableau de signes)

   (b) Déduire l'ensemble des solutions de l'inéquation : $F(x) \leq 0$